SOLUÇÕES

1.1. 36 fósforos. Nota: como o número de fósforos tem de ser múltiplo de 3 e múltiplo de 4 (não nulo), vai ser obrigatoriamente múltiplo de 12. Além disso, será um múltiplo de 8 com mais 4 unidades, ou seja:

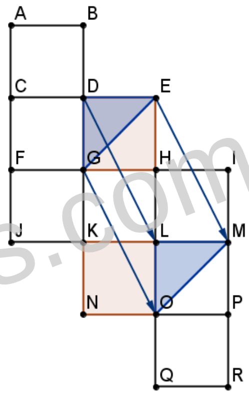
$M_{12} = \left\{ \cancel{0}, 12, 24, \boxed{36}, 48, 60, ... \right\}$;

$M_8 + 4 = \left\{ 4, 12, 20, 28, \boxed{36}, 44, 52, 60, ... \right\}$, repara que $M_8 = \left\{ \cancel{0}, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ... \right\}$.

Verificação: $36 = 3 \times 12$; $36 = 4 \times 9$ e $36 = 32 + 4 = 8 \times 4 + 4$ ✓

1.2.1. 47 quadrados sombreados. Nota: o termo geral da sequência do número de quadrados brancos é $2n+1$, logo $2n+1 = 97 \Leftrightarrow n = 48$, ou seja, a $48.^a$ figura tem 97 quadrados brancos. Cada figura tem menos um quadrado sombreado que a sua ordem (termo geral do número de quadrados sombreados: $n-1$), a $48.^a$ figura vai ter 47 quadrados sombreados.

1.2.2. $[MLO]$. Nota: determina a translação do triângulo $[EDG]$ associada ao vetor $\overrightarrow{LR}$.
(ver figura ao lado – o triângulo desloca-se duas unidades para baixo e uma unidade para a direita)



2. (D). Nota: $\frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3} = 3^{1+(-4)}$.

3. (B). Nota: desenha os triângulos em separado e usa a semelhança de triângulos (podes recorrer à razão se semelhança ou então escrever uma proporção). De $[ABC]$ para $[DBE]$ há uma redução cuja razão de semelhança é $r_{redução} = \frac{\overline{DB}}{\overline{AB}} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$, logo $\overline{DE} = \overline{AC} \times r = 12 \times \frac{2}{3} = 8$.

4.1. $\overset{\frown}{CB} = 80°$ (arco compreendido entre os lados do ângulo inscrito);

4.2. $\angle BEA = 40°$. Nota: $\angle EAB = 90°$ (reta tangente em *A*); como $\overset{\frown}{AC} = 180° - 80° = 100°$ então $\angle ABE = 50°$ (ângulo inscrito), logo $\angle BEA = 180° - 90° - 50° = 40°$.

4.3. $-100°$ (sentido negativo) ou $260°$ (sentido positivo). Nota: como $\overset{\frown}{CB} = 80°$ então $\overset{\frown}{AC} = 180° - 80° = 100°$.

5. (B). Nota: analisando as expressões algébricas conclui-se que a concavidade da parábola tem de estar voltada para baixo ($a = -2$) e a reta tem declive positivo ($m = 2$) e ordenada na origem negativa ($b = -3$).

6. $p(produto\ 0) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$. Nota: usa uma tabela de dupla entrada (ver ao lado).

		bola				
	×	0	1	2	3	4
dado	1	**0**	1	2	3	4
	2	**0**	2	4	6	8
	3	**0**	3	6	9	12
	4	**0**	4	8	12	16
	5	**0**	5	10	15	20
	6	**0**	6	12	18	24

7.1. (B). Nota: $p(ler\ \ pelo\ menos\ 12\ livros) = \frac{10}{26} = \frac{5}{13} = 0,(384615) \simeq 0,38$.

7.2. 9 livros. Nota: $\cancel{8}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ 8\ 10\ \cancel{12}\ \cancel{15}\ \cancel{15}\ \cancel{15}\ \cancel{15}$ logo $\tilde{x} = \frac{8+10}{2} = 9$.

8. $(x, y) = (1, -2)$ é a solução do sistema. Nota: forma canónica do sistema $\begin{cases} 5x - 6y = 17 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$.

9. $S = \{-3, 2\}$ Nota: forma canónica da equação $3x^2 + 3x - 18 = 0$ ou, dividindo ambos os membros por 3, $x^2 + x - 6 = 0$.

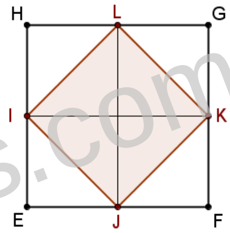
10. 240 euros. Nota: Situação de Proporcionalidade Inversa (usa uma tabela para organizares os dados e chegares à equação).

Custo cada livro (€)	12	15
n.º livros	$x+4$	x

$k = 15x$ e $k = 12(x+4)$ logo: $15x = 12(x+4) \Leftrightarrow 15x = 12x + 48$

$\Leftrightarrow 3x = 48 \Leftrightarrow x = 16$ livros (a custar 15€ cada). Deste modo: $k = Verba\ atribuída = 15 \times 16 = 12 \times 20 = 240$ € .

11.1.1. (A); **11.1.2.** $V_{pirâmide} = 288\,cm^3$. Nota: $aresta = \sqrt[3]{1728} = 12\,cm$, ou seja a altura da pirâmide é $12\,cm$; a área da base da pirâmide corresponde a metade da área de uma das faces do cubo (observa o esquema ao lado), ou seja, $A_b = \frac{A_{\square}}{2} = \frac{12\times12}{2} = 72\,cm^2$, deste modo $V_{pirâmide} = \frac{72\times12}{3} = 288\,cm^3$. **11.2.** (A)



12. $P_{\triangle} = 6 + 2\sqrt{265}$. <u>Nota:</u> como a área do retângulo é 48, podemos concluir que $k = 48$ (repara que as coordenadas de B correspondem ao valor do comprimento e da largura do retângulo, cujo produto dá 48), ou seja, $f(x) = \frac{48}{x}$. Como a ordenada de D é 16, substituindo na expressão obtemos o valor da abcissa deste ponto: $16 = \frac{48}{x} \Leftrightarrow x = 3$, ou seja, $D(3,16)$ e como tal $\overline{ED} = 6$. Aplicando o Teorema de Pitágoras obtemos: $\overline{DO}^2 = 3^2 + 16^2 \Leftrightarrow \overline{DO}^2 = 265$ $\Leftrightarrow \overline{DO} = \pm\sqrt{265} \Rightarrow \overline{DO} = \sqrt{265}$ (dado que é um comprimento); repara que como CO é a mediatriz de ED podemos concluir que $\overline{DO} = \overline{OE} = \sqrt{265}$, deste modo $P_{\triangle} = \overline{ED} + \overline{DO} + \overline{OE} = 6 + 2\sqrt{265}$.