SOLUÇÕES

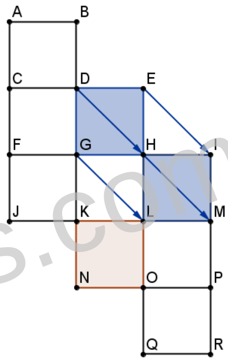
1.1. 48 fósforos. Nota: como o número de fósforos tem de ser múltiplo de 3 e múltiplo de 4 (não nulo), vai ser obrigatoriamente múltiplo de 12. Além disso, será um múltiplo de 5 com mais 3 unidades, ou seja:

$M_{12} = \{\cancel{0}, 12, 24, 36, \boxed{48}, 60, ...\}$;

$M_5 + 3 = \{3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, \boxed{48}, 53, ...\}$, repara que $M_5 = \{\cancel{0}, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55...\}$.

Verificação: $48 = 3 \times 16$; $48 = 4 \times 12$ e $48 = 45 + 3 = 9 \times 5 + 3$ ✓

1.2.1. 11 quadrados sombreados. Nota: o termo geral da sequência do número de quadrados brancos é $2n+1$, logo $2n+1 = 25 \Leftrightarrow n = 12$, ou seja, a $12.^a$ figura tem 25 quadrados brancos. Cada figura tem menos um quadrado sombreado que a sua ordem (termo geral do número de quadrados sombreados: $n-1$), a $12.^a$ figura vai ter 11 quadrados sombreados.



1.2.2. $[IHLM]$. Nota: determina a translação do quadrado $[EDGH]$ associada ao vetor $\overrightarrow{LP}$. (ver figura ao lado – o quadrado desloca-se uma unidade para baixo e uma unidade para a direita)

2. (A). Nota: $\frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$.

3. (C). Nota: desenha os triângulos em separado e usa a semelhança de triângulos (podes recorrer à razão se semelhança ou então escrever uma proporção). De $[ABC]$ para $[DBE]$ há uma redução cuja razão de semelhança é $r_{redução} = \frac{\overline{DB}}{\overline{AB}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, logo $\overline{DE} = \overline{AC} \times r = 6 \times \frac{2}{3} = 4$.

4.1. $\overset{\frown}{CB} = 80°$ (arco compreendido entre os lados do ângulo inscrito);

4.2. $\angle ABE = 50°$. Nota: como $\overset{\frown}{AC} = 180° - \overset{\frown}{CB} = 180° - 80° = 100°$ então $\angle ABE = 50°$ (ângulo inscrito).

4.3. $-100°$ (sentido negativo) ou $260°$ (sentido positivo). Nota: como $\overset{\frown}{CB} = 80°$ então $\overset{\frown}{AC} = 180° - 80° = 100°$.

5. (D). Nota: analisando as expressões algébricas conclui-se que a concavidade da parábola tem de estar voltada para cima ($a = 3$) e a reta tem declive negativo ($m = -3$) e ordenada na origem positiva ($b = 2$).

6. $p(soma\ \ par) = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. Nota: usa uma tabela de dupla entrada (ver ao lado).

	+	1	2	3
dado	1	2	3	4
	2	3	4	5
	3	4	5	6
	4	5	6	7
	5	6	7	8
	6	7	8	9

7.1. (A). Nota: há apenas 12 casos possíveis (n.º de rapazes) e 5 casos favoráveis (número de rapazes que leram pelo menos 5 livros, ou seja, no mínimo 5 livros), logo $p(ler\ \ pelo\ menos\ 12\ livros) = \frac{5}{12} = 0,41(6) \simeq 0,42$.

7.2. 8 livros. Nota: $\cancel{8}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ 8\ 8\ \cancel{8}\ \cancel{10}\ \cancel{12}\ \cancel{12}\ \cancel{12}\ \cancel{15}$ logo $\tilde{x} = \frac{8+8}{2} = 8$.

8. $(x, y) = (-1, 4)$ é a solução do sistema. Nota: forma canónica do sistema $\begin{cases} 4x - y = -8 \\ -x + y = 5 \end{cases}$.

9. $S = \{-3, 1\}$ Nota: forma canónica da equação $x^2 + 2x - 3 = 0$.

10. 168 euros. Nota: Situação de Proporcionalidade Inversa (usa uma tabela para organizares os dados e chegares à equação).

Custo cada livro (€)	12	14
n.º livros	$x+2$	x

$k = 14x$ e $k = 12(x+2)$ logo: $14x = 12(x+2) \Leftrightarrow 14x = 12x + 24$

$\Leftrightarrow 2x = 24 \Leftrightarrow x = 12$ livros (a custar 14€ cada). Deste modo: $k = Verba\ atribuída = 14 \times 12 = 12 \times 14 = 168$ € .

11.1.1. (D); **11.1.2.** $V_{pirâmide} = 1125\,cm^3$. Nota: $aresta = \sqrt[3]{3375} = 15\,cm$, ou seja a altura da pirâmide é $15\,cm$; a área da base da pirâmide corresponde à área de uma das faces do cubo, ou seja, $A_b = A_{\square} = 225\,cm^2$, deste modo $V_{pirâmide} = \dfrac{225 \times 15}{3} = 1125\,cm^3$ **ou** tendo em conta que a pirâmide e o cubo têm a mesma base a mesma altura, podemos concluir que $V_{pirâmide} = \dfrac{1}{3} V_{cubo} = \dfrac{1}{3} \times 3375 = 1125\,cm^3$. **11.2.** (A)

12. $P_{\Delta} = 6 + 2\sqrt{73}$. Nota: como a área do retângulo é 24, podemos concluir que $k = 24$ (repara que as coordenadas de B correspondem ao valor do comprimento e da largura do retângulo, cujo produto dá 24), ou seja, $f(x) = \dfrac{24}{x}$. Como a ordenada de D é 8, substituindo na expressão obtemos o valor da abcissa deste ponto: $8 = \dfrac{24}{x} \Leftrightarrow x = 3$, ou seja, $D(3,8)$ e como tal $\overline{ED} = 6$. Aplicando o Teorema de Pitágoras obtemos: $\overline{DO}^2 = 3^2 + 8^2 \Leftrightarrow \overline{DO}^2 = 73$ $\Leftrightarrow \overline{DO} = \pm\sqrt{73} \Rightarrow \overline{DO} = \sqrt{73}$ (dado que é um comprimento); repara que como CO é a mediatriz de ED podemos concluir que $\overline{DO} = \overline{OE} = \sqrt{73}$, deste modo $P_{\Delta} = \overline{ED} + \overline{DO} + \overline{OE} = 6 + 2\sqrt{73}$.