Caderno 1

1. 1.1. (B). Nota: como a turma tem 28 alunos (número par), a mediana corresponde à média dos valores das $14.^a$ e $15.^a$ idades ordenadas, $7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ \boxed{7\ 8}\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 9\ 9\ 9$,

ou seja, $mediana = \tilde{x} = \dfrac{7+8}{2} = 7{,}5$.

1.2. 9 anos. Nota: este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos diferentes.

1º Processo: como os dois novos alunos têm a mesma idade, admitindo que x representa a idade dos alunos novos temos: $\bar{x} = 7{,}7 \Leftrightarrow \dfrac{14\times 7 + 11\times 8 + 3\times 9 + 2\times x}{30} = 7{,}7 \Leftrightarrow 98 + 88 + 27 + 2x = 231$

$\Leftrightarrow 2x = 231 - 213 \Leftrightarrow 2x = 18 \Leftrightarrow x = 9$.

2º Processo: como a turma passou a ter 30 alunos e a média das suas idades é de $7{,}7$ concluímos que a soma das idades dos 30 alunos é 231. Como a soma das idades dos 28 alunos era 213 $(14\times 7 + 11\times 8 + 3\times 9 = 213)$, a soma das idades dos dois novos alunos é 18. Então, os dois novos alunos tinham 9 anos.

2. 2.1. $2{,}7\,dm$. Nota: $V_{Sólido} = 195\,dm^3$, $A_{base} = A_{\odot} = \pi\times 3^2 = 9\pi\ dm^2$. Deste modo: $V_{Cilindo} + V_{Cone} = 195$

$\Leftrightarrow 9\pi\times 6 + \dfrac{1}{3}\times 9\pi\times h = 195 \Leftrightarrow 54\pi + 3\pi h = 195 \Leftrightarrow h = \dfrac{195 - 54\pi}{3\pi} \Leftrightarrow \quad h \simeq 2{,}7\ dm$.

2.2. 2.2.1. $7\,m^2$. Nota: pelo Teorema de Pitágoras podemos determinar a altura do triângulo $[EFO]$

$x^2 + 2{,}5^2 = 7^2 \Leftrightarrow x^2 = 49 - 6{,}25 \Leftrightarrow x^2 = 42{,}75 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{42{,}75} \Rightarrow x = \sqrt{42{,}75}$ (comprimento),

deste modo $A_{\triangle} = \dfrac{5\times\sqrt{42{,}75}}{2} = 2{,}5\sqrt{42{,}75} \simeq 16\,m^2$.

2.2.2. (B)

Caderno 2

3. 3^{-2}. Nota: $\dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{3^2} = 3^{-2}$.

4. (A).

5. (C). Nota: $-0{,}04$ pode ser escrito como $-0{,}040$ e $-0{,}03$ como $-0{,}030$, deste modo é fácil verificar que $-0{,}035$ é a resposta correta nesta questão.

6. $\dfrac{4}{6}$ ou $\dfrac{2}{3}$. Nota: casos possíveis (6): $2(1\times 2\times 1)$; $15(3\times 1\times 5)$; $7(1\times 7\times 1)$, $3(1\times 3\times 1)$, $14(2\times 1\times 7)$, $5(1\times 5\times 1)$; casos favoráveis (4): 2, 3, 5, 7; $p(\textit{produto ser um número primo}) = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

7. 110. <u>Nota:</u> o termo geral da sequência do número de círculos pretos é n, logo é o décimo termo da sequência que tem 10 círculos pretos. O termo geral da sequência do número de círculos brancos é n^2, logo o décimo termo terá 100 círculos brancos. Deste modo, para se construir o décimo termo da sequência são necessários 110 círculos ($10^2+10=110$) – termo geral da sequência do número total de quadrados n^2+n.

8. 8.1. (B). <u>Nota:</u> o gráfico da função f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas, logo $f(-2)=f(2)=6$.

8.2. 10. <u>Nota:</u> como o ponto $B(2,6)$ é um ponto do gráfico da função g podemos concluir que $k=2\times 6=12$ (constante de proporcionalidade inversa), logo g é definida por $g(x)=\frac{12}{x}$. Deste modo, como o ponto $C(c;1,2)$ também pertence ao gráfico da função g terá de ter coordenadas cujo produto seja igual a 12, isto é, $c\times 1,2=12$, ou seja, $c=10$ (ou como o ponto $C(c;1,2)$ pertence ao gráfico da função g terá de verificar a sua expressão algébrica logo $1,2=\frac{12}{c}\Leftrightarrow c=\frac{12}{1,2}\Leftrightarrow c=10$).

9. 9.1. A expressão $8x$ representa o custo, em euros, dos bilhetes dos oito adultos que foram ao circo.

9.2. $\begin{cases}8x+5y=224\\9x+4y=239\end{cases}$ ou $\begin{cases}8x+5y=224\\x-y=15\end{cases}$ ou $\begin{cases}9x+4y=239\\x-y=15\end{cases}$.

10. $S=\{-5,0\}$. <u>Nota:</u> este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos diferentes.

1.º Processo (lei do anulamento do produto): $(x+1)^2=1-3x\Leftrightarrow x^2+2x+1=1-3x\Leftrightarrow x^2+5x=0$ $\Leftrightarrow x(x+5)=0\Leftrightarrow x=0\vee x+5=0\Leftrightarrow x=0\vee x=-5$.

2.º Processo: $(x+1)^2=1-3x\Leftrightarrow x^2+2x+1=1-3x\Leftrightarrow x^2+5x=0$, pela **Fórmula Resolvente** como $a=1$, $b=5$ e $c=0$ obtemos $x=\frac{-5\pm\sqrt{25}}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-5\pm 5}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-5+5}{2}\vee x=\frac{-5-5}{2}\Leftrightarrow x=0\vee x=-5$.

11. 11.1. O e A **ou** O e C **ou** A e C (escolher 2 dos três pontos que pertencem à mediatriz de $[BD]$: O, A e C).

11.2. $\overset{\frown}{BE}=40°$. <u>Nota:</u> a amplitude, em graus, do ângulo EAF é $60°$, dado que este ângulo está inscrito na circunferência e o seu arco correspondente é EF, concluiu-se que a amplitude do arco EF é $120°$ (o dobro da amplitude do ângulo inscrito correspondente). Como o segmento de reta $[BD]$ é um diâmetro da circunferência e a amplitude do arco FD é $20°$ concluiu-se que:
$\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{EF}-\overset{\frown}{FD}=180°-120°-20°=40°$.

12. 12.1. Os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais: os ângulos CBA e EDC são retos e os ângulos ACB e DCE são ângulos de lados paralelos ambos agudos, ou seja, têm a mesma amplitude. (critério aa).

12.2. $\overline{BC}=12\,cm$. <u>Nota:</u> este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos diferentes.

1.º Processo: começa por desenhar os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ separadamente e identificar os lados correspondentes. Por serem semelhantes conclui-se que $\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{EC}}$, ou seja, $\frac{\overline{BC}}{4}=\frac{15}{5}\Leftrightarrow\overline{BC}=12$.

2.º Processo: como os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes e o triângulo $[ABC]$ é uma ampliação de razão 3 ($r_{ampliação}=\frac{\overline{AC}}{\overline{EC}}=\frac{15}{5}=3$) do triângulo $[EDC]$, concluímos que $\overline{BC}=3\times\overline{DC}\Leftrightarrow\overline{BC}=3\times 4\Leftrightarrow\overline{BC}=12$.