portalmath
matemática online

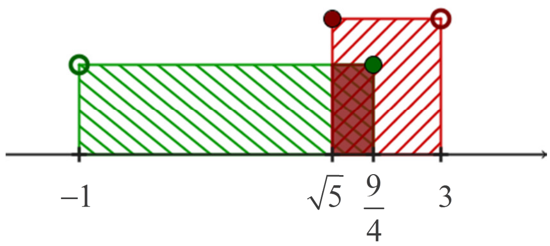
Prova Final de Matemática
(Prova 92)
1.ª Fase – 27 junho 2017

9.º Ano
2016/2017

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

CADERNO 1

1. Como $\frac{9}{4}=2,25$ e $\sqrt{5}=2,236067977...$, então $\frac{9}{4}>\sqrt{5}$.



$$\left]-1,\frac{9}{4}\right]\cap\left[\sqrt{5},3\right[=\left[\sqrt{5},\frac{9}{4}\right]$$

<u>Resposta:</u> (C)

2. $\frac{0,1}{0,000\,004}=25\,000=2,5\times10^{4}$

<u>Resposta:</u> $2,5\times10^{4}$

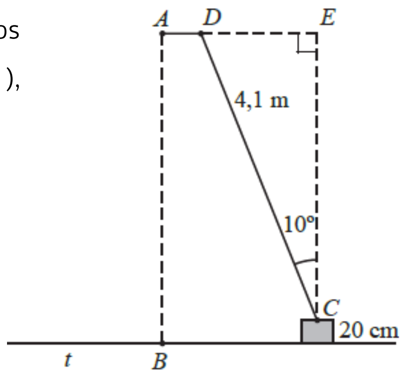
3. Os dados representados no diagrama de caule-e-folhas são: $23,\ 25,\ 31,\ 32,\ 32,\ 44,\ 45,\ 56$.

Calculando a média obtemos: $\bar{x}=\frac{23+25+31+32+32+44+45+56}{8}=\frac{288}{8}=36$.

Em relação à mediana podemos concluir que: $\cancel{23},\ \cancel{25},\ \cancel{31},\ 32,\ 32,\ \cancel{44},\ \cancel{45},\ \cancel{56}$ logo $\tilde{x}=\frac{32+32}{2}=32$.

<u>Resposta:</u> (B)

4. Tendo em conta que a distância do ponto C à reta t está em cm , podemos concluir que a distância da lâmpada do candeeiro ao tabuleiro da ponte ($\overline{AB}$), em metros, é dada por $\overline{AB}=0,2+\overline{CE}$. (repara que $20\,cm=0,2\,m$)



Usando a trigonometria conseguimos determinar o valor de $\overline{CE}$:

$$\cos10°=\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}}\Leftrightarrow\cos10°=\frac{\overline{CE}}{4,1}\Leftrightarrow\cos10°\times4,1=\overline{CE}\Leftrightarrow\overline{CE}=4,1\cos10°,$$

logo $\overline{AB}=0,2+\overline{CE}=0,2+4,1\cos10°\simeq4,2\,m$.

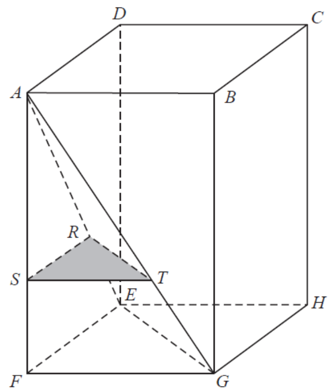
<u>Resposta:</u> $\overline{AB}\simeq4,2\,m$

5. 5.1. AB (por exemplo). <u>Respostas alternativas:</u> BC ou DC ou AD ou AC ou BD ou ST ou SR ou RT (retas estritamente paralelas) ou FG ou GH ou EH ou FE ou GE ou FH (retas contidas ou apostas ao plano).

5.2. 5.2.1. Usando o Teorema de Pitágoras podemos concluir que:

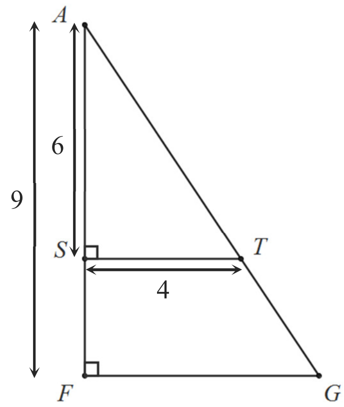
$$\overline{AT}^2 = \overline{AS}^2 + \overline{ST}^2 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 6^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 36+16$$

$\Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 52 \underset{\overline{AT}>0}{\Rightarrow} \overline{AT} = \sqrt{52} \Leftrightarrow \overline{AT} \simeq 7{,}2\,cm$, dado que se trata de um comprimento.



Resposta: $\overline{AT} \simeq 7{,}2\,cm$

5.2.2. Tendo em conta que os triângulos $[AFG]$ e $[AST]$ são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais – ângulo reto e o ângulo em A que é comum - (critério aa), os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais logo:



$$\frac{\overline{AS}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{ST}}{\overline{FG}} \Leftrightarrow \frac{6}{9} = \frac{4}{\overline{FG}} \Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{9\times 4}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = 6\,.$$

Como a base do prisma é um quadrado podemos também concluir que $\overline{FE} = 6$, deste modo:

$$V_{[AFGE]} = \frac{1}{3} A_b \times h = \frac{1}{3} \times 18 \times 9 = 54\,cm^3\,,$$

Cálculo auxiliar: $A_b = A_{\Delta[FGE]} = \dfrac{\overline{FG}\times\overline{FE}}{2} = \dfrac{6\times 6}{2} = 18\,cm^2$.

Resposta: $V_{[AFGE]} = 54\,cm^3$

CADERNO 2

6. 6.1. $p = \frac{1}{3}$. Nota: n.º de casos favoráveis $= 1$ (Sala 4) ; n.º de casos possíveis $= 3$ (Sala 3, Sala 4 e Sala 5).

6.2. $p(\text{escolher salas com números diferentes}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Nota: n.º de casos favoráveis $= 4$; n.º de casos favoráveis $= 6$.
(ver tabela de dupla entrada ao lado).

Alemão \ Espanhol	S3	S4	S5
S3	(S3,S3)	**(S3,S4)**	**(S3,S5)**
S4	**(S4,S3)**	(S4,S4)	**(S4,S5)**

7. O termo geral desta sequência é $3n+3$.

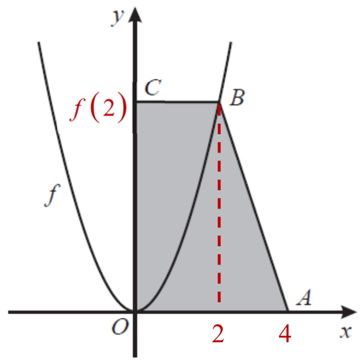
O centésimo termo terá então $3\times 100+3 = 300+3 = 303$ círculos.

Resposta: 303 círculos

8. $k = 3\times 6 = 18 \rightarrow$ constante de proporcionalidade inversa.

Resposta: (D)

9. A altura deste trapézio, $\overline{OC}$, é dada pelo valor da ordenada do ponto B, ou seja, por $f(2) = 2\times 2^2 = 2\times 4 = 8$.



Deste modo, podemos concluir que:

$$A_{[OABC]} = \frac{B+b}{2}\times h = \frac{\overline{OA}+\overline{CB}}{2}\times\overline{OC} = \frac{4+2}{2}\times 8 = 3\times 8 = 24$$

Resposta: $A_{[OABC]} = 24$

10. $6x^2-x-1=0 \underset{\substack{a=6\\b=-1\\c=-1}}{\Leftrightarrow} x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times6\times(-1)}}{2\times6} \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+24}}{12} \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{25}}{12} \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm5}{12}$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1+5}{12} \vee x=\dfrac{1-5}{12} \Leftrightarrow x=\dfrac{6}{12} \vee x=\dfrac{-4}{12} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2} \vee x=-\dfrac{1}{3}$

<u>Resposta:</u> $S=\left\{-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2}\right\}$

11. $3(1-x)>\dfrac{x+5}{2} \Leftrightarrow \underset{(\times2)}{\dfrac{3}{1}}-\underset{(\times2)}{\dfrac{3x}{1}}>\dfrac{x+5}{2} \Leftrightarrow 6-6x>x+5 \Leftrightarrow -6x-x>5-6 \Leftrightarrow -7x>-1 \Leftrightarrow x<\dfrac{1}{7}$

<u>Resposta:</u> $S=\left]-\infty,\dfrac{1}{7}\right[$

12. $y=3 \rightarrow$ reta horizontal que interseta o eixo das ordenadas no ponto 3

$y=-x+4 \rightarrow$ reta oblíqua com declive negativo $(m=-1)$ e ordenada na origem igual a 4 $(b=4)$

<u>Resposta:</u> (A)

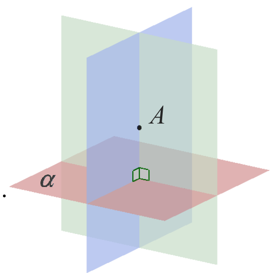
13. $\left(6^4\right)^2\times6^3\times2^{-11}=6^8\times6^3\times2^{-11}=6^{11}\times2^{-11}=6^{11}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{11}=\left(\dfrac{6}{2}\right)^{11}=3^{11}$

<u>Resposta:</u> 3^{11}

14. $x^2-4=(x-2)(x+2)$.

<u>Nota:</u> caso notável da multiplicação $\rightarrow$ **Diferença de Quadrados** $\rightarrow$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

<u>Resposta:</u> $(x-2)(x+2)$



15. Por um ponto exterior a um plano passam infinitos planos perpendiculares ao primeiro.

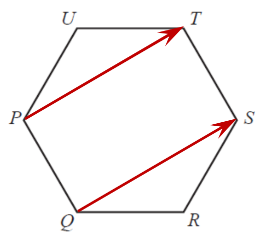
Na figura ao lado estão representados dois planos perpendiculares ao plano α e que passam por A.

<u>Resposta:</u> (D)

16. Tendo em conta que $B\hat{A}C=40^\circ$ podemos concluir que $\overset{\frown}{BC}=80^\circ$ (a amplitude de um arco é igual ao dobro da amplitude do ângulo inscrito correspondente).

Como $\overset{\frown}{AB}=120^\circ$ temos que $\overset{\frown}{AC}=360^\circ-\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{BC} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AC}=360^\circ-120^\circ-80^\circ \Leftrightarrow \overset{\frown}{AC}=160^\circ$, logo $A\hat{B}C=80^\circ$ (a amplitude de um ângulo inscrito é igual a metade da amplitude do arco correspondente).

<u>Resposta:</u> $A\hat{B}C=80^\circ$



17. $T_{\overrightarrow{QS}}(P)=T$ (ver figura à direita). <u>Nota:</u> $T_{\overrightarrow{QS}}(P)=P+\overrightarrow{QS}=P+\overrightarrow{PT}=T$.

<u>Resposta:</u> (D)

18. Por exemplo: $a=-5$ e $b=0$ dado que $-5<0$ e $25>0$.

(ou $a=-6$ e $b=-5$ dado que $-6<-5$ e $36>25$ ou $a=-4$ e $b=3$ dado que $-4<3$ e $16>9$)

FIM