

Ficha de Avaliação de Matemática – Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | maio de 2012

3.º Ciclo do Ensino Básico – 9.º ano de Escolaridade

Instruções

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Sempre que precisares de alterar ou de anular uma resposta, risca, de forma clara, o que pretendes que fique sem efeito.

Escreve, de forma legível, a resposta de cada item. As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresenta apenas uma resposta. Se apresentares mais do que uma resposta a um mesmo item, só a primeira é classificada.

Podes utilizar a máquina de calcular com que habitualmente trabalhas.

O teste inclui cinco itens de escolha múltipla.

Em cada um deles, são indicadas quatro opções de resposta, das quais só uma está correta.

Deves escrever na folha de teste a letra da opção que seleccionares para responder ao item. **Não apresentes cálculos, nem justificações nestes itens.** Se apresentares mais do que uma letra, a resposta é classificada com zero pontos.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

O teste inclui, nesta página, um formulário.

Formulário

Geometria

Perímetro do círculo: $2\pi r$, sendo r o raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Apótema \times \frac{Perímetro}{2}$

Círculo: πr^2 , sendo r o raio do círculo

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau

da forma $ax^2 + bx + c = 0$: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$

1. No Gráfico 1, está representado o número de exercícios resolvidos numa aula de Matemática pelos alunos de duas turmas A e B.

1.1. Determina a média do número de exercícios resolvidos pelos alunos da turma A.

Apresenta os cálculos que efetuaste.

1.2. Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma B, determina qual é a probabilidade de ele ter resolvido pelo menos 6 exercícios.

1.3. A professora de Matemática decidiu de entre os alunos que resolveram 8 exercícios escolher, ao acaso, dois para participarem nas Olimpíadas Portuguesas de Matemática. Determina a probabilidade de escolher um aluno de cada turma. Mostra como chegaste à tua resposta.



Gráfico 1

2. Na Figura 1, estão representadas, num referencial cartesiano, as retas r , s e t .

Sabe-se que:

- a reta r é definida por $y = -x + 5$
- a reta s é definida por $y = \frac{3}{7}x - 3$
- a reta t é definida por $x = 3$
- os pontos A e D são os pontos de intersecção das retas r e t , respetivamente, com o eixo das abcissas
- os pontos B e F são os pontos de intersecção das retas r e s , respetivamente, com o eixo das ordenadas
- o ponto E é o ponto de intersecção das retas r e s
- o ponto C é o ponto de intersecção das retas r e t

2.1. Determina as coordenadas do ponto E .

Mostra como chegaste à tua resposta.

2.2. Determina a área de $[OBCD]$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

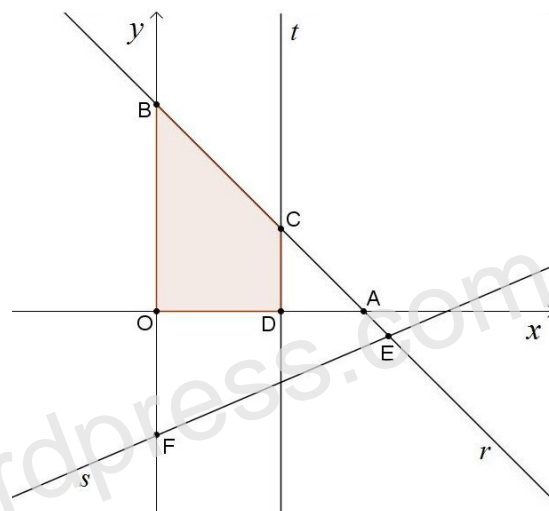


Figura 1

3. Na Figura 2, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de conjuntos de quadrados brancos e pretos que segue a lei de formação sugerida.

Há um termo da sequência que tem 484 quadrados pretos.

Quantos quadrados brancos tem esse termo?

Mostra como chegaste à tua resposta.

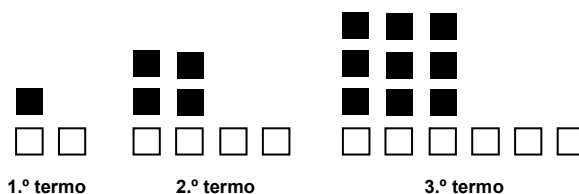


Figura 2

4. Considera os conjuntos $A = [-\sqrt{34}; 2\pi[$ e $B =]-\infty; -\frac{17}{3}[$.

Qual dos seguintes conjuntos é igual a $A \cap B$?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) $] -\infty; 2\pi[$ (B) $[-\sqrt{34}; -\frac{17}{3}[$ (C) $] -\frac{17}{3}; 2\pi[$ (D) $[-\sqrt{34}; 2\pi[$

5. Para um certo número inteiro k , a expressão 3^k é igual a $\left(\frac{1}{81}\right)^{-2}$.

Qual é esse número k ?

6. Resolve a equação seguinte.

$$\frac{(x-2)^2}{3} = 1 - \frac{x-3}{2}$$

Apresenta os cálculos que efetuaste.

7. No referencial cartesiano da Figura 3, estão representadas parte do gráfico da função f definida por $y = \frac{18}{x}$ ($x > 0$).

Sabe-se que:

- o ponto B pertence ao gráfico da função f
- o ponto A pertence ao eixo das abcissas

Qual é a área de $[OAB]$?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) 6 (B) 9
(C) 18 (D) 36

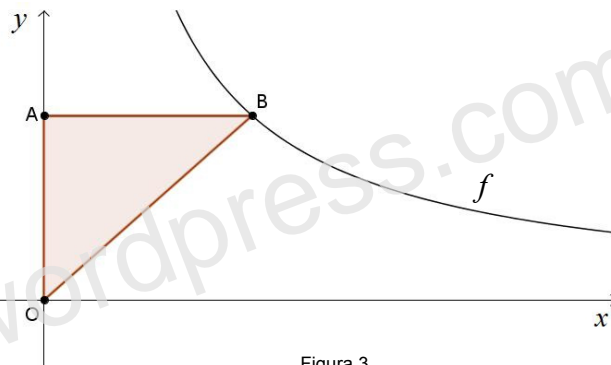


Figura 3

8. Na Figura 4, está representada uma circunferência, de centro O , em que:

- A, C, D e E são pontos da circunferência
- o segmento de reta $[AD]$ é um diâmetro
- $[ABCO]$ é um quadrado de área 49 cm^2
- $\widehat{EDA} = 30^\circ$

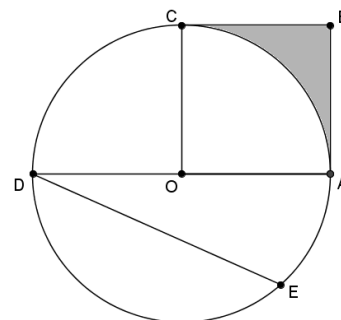


Figura 4

8.1. Determina o perímetro da região a sombreado.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às unidades.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

8.2. Determina a amplitude de uma rotação de centro em O que transforme o ponto C no ponto E .

Mostra como chegaste à tua resposta.

9. Na Figura 5 está representado um esquema do trajeto diário que a Ana faz de sua casa para a escola.

Admite que:

- A representa a casa da Ana
- B representa a casa da Beatriz
- C representa a casa da Carlota

Sabe-se que todas as manhãs a Ana, parte de sua casa e passa por casa da Beatriz e da Carlota no seu trajeto para a escola, tal como é sugerido pelas setas na figura 5, e que faz todo o trajeto a uma velocidade constante.

Qual dos gráficos seguintes dá a distância d , da Ana a sua casa, em função do tempo t , contado a partir do instante em que a Ana inicia o seu trajeto de casa à escola?

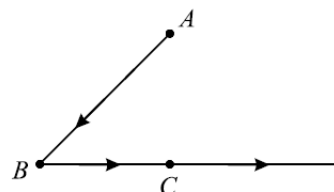
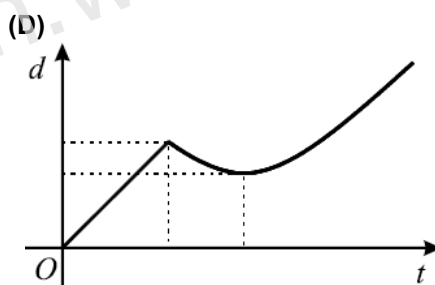
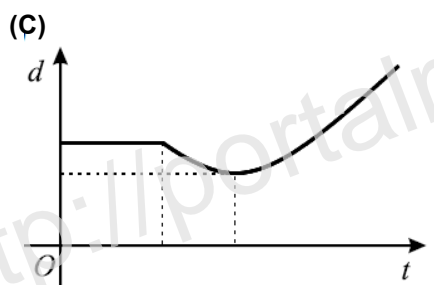
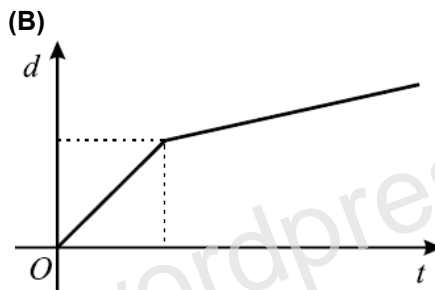
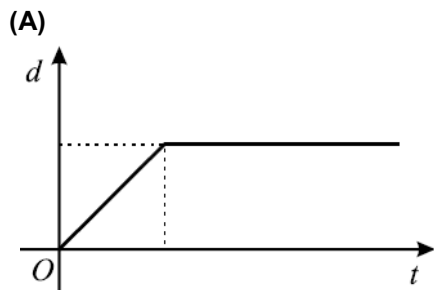


Figura 5



10. Relativamente à Figura 6, sabe-se que:
- o triângulo $[ACD]$ é retângulo em C
 - o ponto B pertence ao segmento de reta $[AD]$
 - o triângulo $[BCD]$ é retângulo em B
 - $\overline{CD} = 3\overline{DB}$
 - a área do triângulo $[ACD]$ é 36

Qual o valor da área de $[BCD]$?

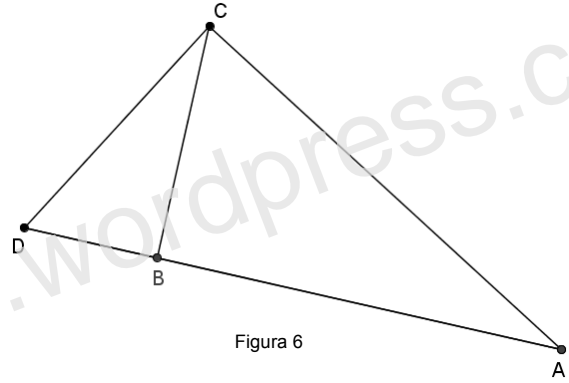


Figura 6

11. Na Figura 7, está representado um sólido que pode ser decomposto num cilindro e num cone, ambos de revolução. Sabe-se ainda que:

- A base superior do cilindro coincide com a base do cone
- O ponto O é o centro da base do sólido
- $\overline{AB} = 8\text{ cm}$
- $\overline{BC} = 9\text{ cm}$

- 11.1. Qual é a posição da reta VC relativamente ao plano que contém a base do sólido? Transcreve a letra da opção correta.

- (A) Concorrente oblíqua. (B) Concorrente perpendicular.
(C) Estritamente paralela. (D) Contida no plano.

- 11.2. Qual é a amplitude, em graus, do ângulo BOC ?

Escreve o resultado arredondado às unidades.

Mostra como chegaste à tua resposta.

- 11.3. Supõe que o volume total do sólido é 650 cm^3 .

Determina a altura do cone.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

- 11.4. Admite agora que $\widehat{VCD} = 71^\circ$.

Determina \overline{VC} .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, quatro casas decimais.

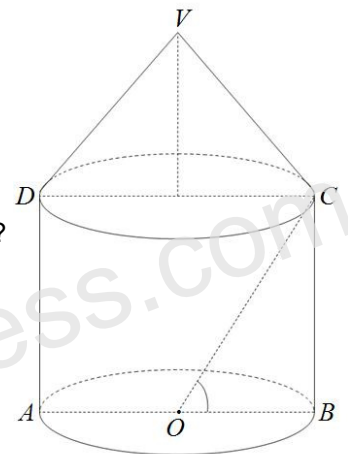


Figura 7

12. Seja m um número real.

Para que valores de m a equação $2x^2 - 3x = -m$ tem duas raízes reais distintas?

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- (A) $\left[\frac{9}{8}; +\infty \right[$ (B) $\left[\frac{9}{8}; +\infty \right[$ (C) $\left] -\infty; \frac{9}{8} \right]$ (D) $\left] -\infty; \frac{9}{8} \right]$

FIM

Cotações

Questão	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	3	4	5	6	7	8.1	8.2	9	10	11.1	11.2	11.3	11.4	12
Cotação	5	4	6	7	6	6	5	4	8	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5

SOLUÇÕES

Versão 1

1.1. $\bar{x} = 5,8$.

1.2. $p = \frac{9}{14}$.

1.3. $p(\text{alunos turmas diferentes}) = \frac{8}{15}$. Nota: Usa uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore.

2.1. $E(5,6; -0,6)$. Nota: As coordenadas do ponto E são a solução do sistema:
$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = \frac{3}{7}x - 3 \end{cases}$$

2.2. $A_{\text{Trapézio}} = \frac{5+2}{2} \times 3 = 10,5$. Nota: $B(0,5); C(3,2)$ e $D(3,0)$, logo $\overline{OB} = 5$; $\overline{DC} = 2$ e $\overline{OD} = 3$.

3. Esse termo tem 44 quadrados brancos. Nota: É o 22.º termo ($n = \sqrt{484} = 22$) e o termo geral da sequência dos quadrados brancos é $2n$, logo o número de quadrados brancos é $2 \times 22 = 44$.

4. (B)

5. $k = 8$. Nota: $\left(\frac{1}{81}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{3^4}\right)^{-2} = (3^{-4})^{-2} = 3^8$.

6. $S = \left\{-1, \frac{7}{2}\right\}$. Nota: A forma canónica desta equação é $2x^2 - 5x - 7 = 0$.

7. (B)

8.1. O perímetro é, aproximadamente, 25 cm. Nota: $r_{\circ} = \sqrt{49} = 7 \text{ cm}$; $\frac{P_{\circ}}{4} = \frac{14\pi}{4} = 3,5\pi \text{ cm}$;

$$P_{\text{Sombreado}} = \overline{AB} + \overline{BC} + \text{arco}AC = 7 + 7 + 3,5\pi = 14 + 3,5\pi \approx 25 \text{ cm}.$$

8.2. A amplitude da rotação é 210° ou -150° . Nota: $\widehat{AE} = 60^\circ$; $\widehat{DE} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ e $\widehat{CDE} = 90^\circ + 120^\circ = 210^\circ$.

9. (D)

10. A área é 4. Nota: Desenha os dois triângulos na mesma posição para concluir que a razão de semelhança da

redução é $\frac{1}{3}$, logo $\frac{A_{\text{final}}}{A_{\text{inicial}}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{\Delta[BCD]}}{A_{\Delta[ACD]}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Leftrightarrow A_{\Delta[BCD]} = 36 \times \frac{1}{9} \Leftrightarrow A_{\Delta[BCD]} = 4$.

11.1. (A)

11.2. $\widehat{BOC} \approx 66^\circ$. Nota: $\tan(\widehat{BOC}) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \widehat{BOC} = \tan^{-1}\left(\frac{9}{4}\right) \Leftrightarrow \widehat{BOC} \approx 66^\circ$.

11.3. A altura do cone é, aproximadamente, 11,8 cm. Nota: considera que h representa o valor da altura do cone.

$$A_b = A_{\circ} = \pi \times 4^2 = 16\pi ; V_{\text{Sólido}} = V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cone}} \Leftrightarrow 650 = 16\pi \times 9 + \frac{16\pi \times h}{3} \Leftrightarrow 1950 = 288\pi + 16\pi \times h$$

$$\Leftrightarrow 16\pi \times h = 1950 - 288\pi \Leftrightarrow h = \frac{1950 - 288\pi}{16\pi} \Leftrightarrow h \approx 11,8 \text{ cm}.$$

11.4. $\overline{VC} = 12,29 \text{ cm}$. Nota: $\cos 71^\circ = \frac{4}{\overline{VC}} \Leftrightarrow \overline{VC} = \frac{4}{\cos 71^\circ} \Leftrightarrow \overline{VC} \approx 12,29 \text{ cm}$.

12. (C). Nota: duas soluções reais distintas $\rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 4 \times 2 \times m > 0 \Leftrightarrow -8m > -9 \Leftrightarrow m < \frac{9}{8}$.