

## SOLUÇÕES

1.1. A área de  $[AOBC]$  é dada pela expressão  $3x^2 \times x = 3x^3$ . Como sabemos que a área de  $[AOBC]$  é 24 temos  $3x^3 = 24 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{8} \Leftrightarrow x = 2$ . Logo a abcissa do ponto  $A$  é 2.

1.2.  $f(-3) = 3(-3)^2 = 3 \times 9 = 27$ . O ponto do gráfico de  $f$  de abcissa  $-3$  tem imagem 27. Logo o ponto de coordenadas  $(-3; 18)$  não pertence ao gráfico de  $f$ .

2.1. O ponto  $A$  pertence ao eixo das abcissas logo terá coordenadas do tipo  $A(x, 0)$ , como também pertence ao gráfico da função  $f$  tem de verificar a sua expressão analítica.

Substituindo obtemos  $0 = \frac{4}{3}x + 8 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}x = 8 \Leftrightarrow x = -6$ , ou seja, a abcissa de  $A$  é  $-6$ . Logo as coordenadas  $A$  de são  $(-6; 0)$ .

2.2. Sabe-se que  $g(x) = \frac{k}{x}$ . Como a área de  $[EFO]$  é 12 então  $k = x \times y = 2 \times 12 = 24$ .

Então a expressão analítica da função é  $g(x) = \frac{24}{x}$ .

2.3.  $A(-6; 0)$  e  $B(0; 8)$ . Sabe-se que é um ponto do gráfico de  $g$  e a sua ordenada é 8. Então  $C(x; 8)$ . Como  $C$  é

um ponto do gráfico de  $g$  então  $x \times 8 = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{8} \Leftrightarrow x = 3$ .  $A_{[ABCD]} = \frac{AD + BC}{2} \times CD = \frac{9 + 3}{2} \times 8 = 6 \times 8 = 48$ .

3.  $S = \left\{ \frac{3}{16}; 3 \right\}$ . Nota:  $\frac{x+1}{4} - \frac{(3-2x)^2}{3} = -2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{4} + \frac{9-12x+4x^2}{3} = -2 \Leftrightarrow 3x+3-36+48x-16x^2 = -24 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow -16x^2 + 51x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-51 \pm \sqrt{2025}}{-32} \Leftrightarrow x = 3 \vee x = \frac{3}{16}$ .

4.1. O ângulo  $AEB$  é um ângulo inscrito e o seu arco correspondente é o arco menor  $AB$ . Logo  $\widehat{AB} = 2 \times \widehat{AEB} = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$ . O ângulo  $AOB$  é um ângulo ao centro e o seu arco correspondente é o arco menor  $AB$ . Então  $\widehat{AOB} = \widehat{AB} = 140^\circ$ .

4.2.  $\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AEB} - \widehat{AB}}{2} = \frac{220^\circ - 140^\circ}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$  (ângulo excêntrico interior);  $\widehat{DCA} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ .

4.3.  $P_\circ = 12\pi \Leftrightarrow 2\pi r = 12\pi \Leftrightarrow r = 6 \text{ cm}$ ;  $A_\circ = \pi r^2 = 36\pi \text{ cm}^2$ ;  $A_s = \frac{36\pi \times 140^\circ}{360^\circ} = 14\pi \approx 43,98 \text{ cm}^2$ .

5. (B).

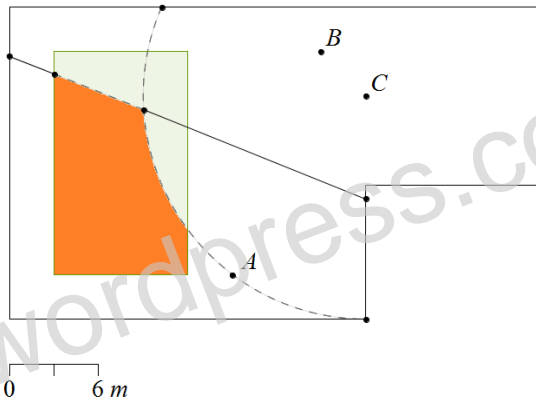
6.1. 13 quadrados brancos. Nota: Termo geral do número de quadrados cinzentos da figura  $n$ :  $n^2 + 1$ . Logo  $n^2 + 1 = 145 \Leftrightarrow n^2 = 144 \Rightarrow n = \sqrt{144} = 12$ , ou seja, o termo que tem 145 quadrados cinzentos é o termo de ordem 12. Logo no 12.º termo temos  $12 + 1 = 13$  quadrados brancos.

6.2.1. (D).

6.2.2. Seja  $\overline{CD} = x$ . Usando o Teorema de Pitágoras podemos concluir que:  $\overline{CM}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{FM}^2 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{117}^2 = (3x)^2 + (2x)^2 \Leftrightarrow 117 = 13x^2 \Leftrightarrow 9 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{9} = 3$  porque se trata de um comprimento.

$P_\circ = 2\pi r = 2\pi \times 6 = 12\pi$

7. A porção da planta do jardim relativa à zona onde a mãe da Inês deve plantar a oliveira é a que se encontra sombreada a cor mais escura (laranja).



8. (B).

9.1. Os três lados do triângulo  $[BDF]$  são iguais, porque os arcos iguais correspondem a cordas iguais e cada um dos seus ângulos tem amplitude  $60^\circ$ , pois cada um destes ângulos está inscrito num arco de circunferência cuja amplitude é  $120$  graus.

9.2.  $P_{[ABCD]} = 20 \Leftrightarrow 5 \times \overline{OA} = 20 \Leftrightarrow \overline{OA} = 4$ ;  $A_\circ = \pi r^2 = 16\pi$ ;

Determinar o comprimento da apótema do hexágono  $[ABCDEF]$ :  $\overline{OB}^2 = ap^2 + \left(\frac{\overline{CB}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 16 = ap^2 + 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ap^2 = 12 \Rightarrow ap = \sqrt{12}$  porque se trata de um comprimento.

$A_s = (A_\circ - A_{[ABCDEF]}) \times \frac{2}{6} = \left(16\pi - \frac{P_{[ABCDEF]} \times \text{apótema}}{2}\right) \times \frac{2}{6} = \left(16\pi - \frac{24 \times \sqrt{12}}{2}\right) \times \frac{2}{6} = (16\pi - 12\sqrt{12}) \times \frac{2}{6} \approx 2,9 \text{ cm}^2$

9.3.  $\overline{CB} + \overline{EO} = \overline{DO} + \overline{OB} = \overline{DB}$ .

9.4. (D).

9.5. (B).

10. 
$$\begin{cases} 12x + 18y = 216 \\ x = 3y \end{cases}$$

11.1. (A).

11.2.  $\widehat{IAJ} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ . Nota:  $\widehat{IAJ} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ , logo  $\widehat{IJ} = 2 \times \widehat{IAJ} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ .

11.3.  $\overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow 4^2 = 2^2 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow 16 = 4 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow 12 = \overline{CE}^2 \Leftrightarrow \overline{CE} = \sqrt{12}$ .

Para determinar  $\overline{BC}$  temos dois processos possíveis:

- Pela alínea 11.1  $\overline{BC} = \overline{CE} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \sqrt{12} = \frac{5}{2} \sqrt{2^2 \times 3} = \frac{5}{2} \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = \frac{5}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ .
- $\overline{AB} = \frac{10 \times 2}{4} = 5$

Usando o Teorema de Pitágoras:

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 10^2 = 5^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 75 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{75} \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{3 \times 5^2} \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{3} \times \sqrt{5^2} \Leftrightarrow \overline{BC} = 5\sqrt{3}$ .

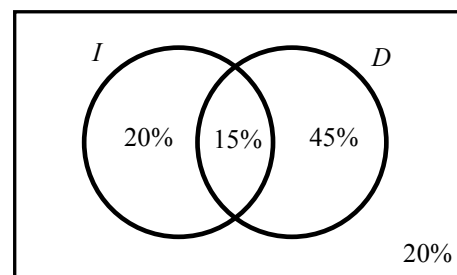
12.  $p(\text{Carlos ser escolhido}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Nota: Usa uma tabela de dupla entrada.

	M1	M2	M3	M4
C	x	x	x	x
A2				
A3				

13.  $p(I \cap \overline{D}) = 20\% = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ .

Nota: Usa um diagrama de Venn (ver ao lado).



14.1. (C).

$$14.2. V_{[ELJHP]} = 72 \Leftrightarrow \frac{A_{[ELJH]} \times \overline{EI}}{3} = 72 \Leftrightarrow A_{[ELJH]} \times \overline{EI} = 216; V_{\text{Sólido}} = V_{[ABCDEFGH]} + 2 \times V_{[ELJHP]} = V_{[ABCDEFGH]} + 2 \times 72 = \\ = A_{[ABCD]} \times \overline{BF} + 144 = 3 \times A_{[ELJHP]} \times \frac{1}{2} \overline{EI} + 144 = \frac{3}{2} \times 216 + 144 = 468$$

14.3. (D).

15.  $p(\text{ser divisível por } 3 \text{ e } 5) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ . Nota: O número de casos possíveis é o número de bolas vermelhas, logo temos 30 casos possíveis. Há 2 casos favoráveis, pois apenas as bola com os números 45 e 60 são vermelhas e divisível por 3 e 5.

16. (C). Nota:  $(a - 2x)^2 + a^2 = x^2 - 4ax \Leftrightarrow a^2 - 4ax + 4x^2 + a^2 = x^2 - 4ax \Leftrightarrow 4x^2 + 2a^2 = 0$ .

17. (C). Nota:  $a^9 \times \left(\frac{1}{a^6}\right)^2 = a^9 \times (a^{-6})^2 = a^9 \times a^{-12} = a^{-3} = (a^3)^{-1} = k^{-1} = \frac{1}{k}$ .

18.  $(x, y) = (6, 3)$ . Nota:  $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2(2y-1)}{5} = -4 \\ 5y - 3(1-x) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow (\dots) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 12y = -66 \\ 3x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\left(\frac{-3-5y}{3}\right) - 12y = -66 \\ x = \frac{-3-5y}{3} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -15 - 25y - 36y = -198 \\ x = \frac{-3-5y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow (\dots) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 3 \end{cases}$$

19. O retângulo  $[ABCD]$  pode ser decomposto  $32(8 \times 2 \times 2)$  em triângulos geometricamente iguais ao triângulo  $[ECF]$ . Logo, a área de  $[ABCD]$  é 32.

20. (C).

21. Sabe-se que  $f(x) = ax^2$ . Como o ponto de coordenadas  $(-2; 8)$  pertence ao gráfico da função  $f$  então  $8 = a(-2)^2 \Leftrightarrow 8 = 4a \Leftrightarrow a = 2$ . Logo  $f(x) = 2x^2$ .

22.1. Termo geral do par ordenado de ordem  $n$ :  $(-n + 1; 2n + 1)$ . O nono termo da sequência é  $(-8; 19)$ .

22.2. (C).

23.1. A reta é estritamente paralela ao plano.

23.2.  $V_{[EHLJK]} = \frac{A_{[EHLJ]} \times \overline{BF}}{3} \Leftrightarrow 96 = \frac{A_{[EHLJ]} \times \overline{BF}}{3} \Leftrightarrow 288 = A_{[EHLJ]} \times \overline{BF}$ .

$$V_{[ABCDEFGH]} = A_{[ABCD]} \times \overline{BF} = 2 \times A_{[EHLJ]} \times \overline{BF} = 2 \times 288 = 675 \text{ cm}^3$$