# Canguru Matemático sem Fronteiras 2017

Categoria: Júnior
Duração: 1h 30min

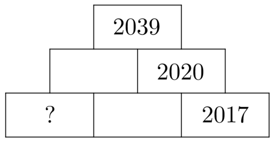
Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: ______________________________ Turma: __________

**Não podes usar calculadora.** Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

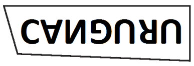
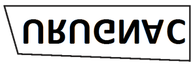
## Problemas de 3 pontos

**1.** Na figura ao lado, apresenta-se um diagrama em forma de pirâmide, em que o número em cada uma das células das duas linhas superiores do diagrama é igual à soma dos números que estão nas duas células imediatamente abaixo. Que número deve estar na célula assinalada com o ponto de interrogação?




(**A**) 15 (**B**) 16 (**C**) 17 (**D**) 18 (**E**) 19

**2.** O Pedro escreveu a palavra CANGURU num pedaço de vidro transparente (ver figura ao lado). O que é que ele vai ver se virar esse pedaço de vidro em torno do seu lado direito e depois o rodar meia volta?


(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

**3.** A Ângela fez uma decoração para a sua árvore de natal sobrepondo astroides brancos e cinzentos, como se pode ver na figura ao lado. Sabendo que as áreas dos astroides usados são 1 cm$^2$, 4 cm$^2$, 9 cm$^2$ e 16 cm$^2$, qual é a área total da região a cinzento visível na figura?

(**A**) 9 cm$^2$ (**B**) 10 cm$^2$ (**C**) 11 cm$^2$ (**D**) 12 cm$^2$ (**E**) 13 cm$^2$

**4.** A Maria tem 24 euros. Cada um dos seus 3 irmãos tem 12 euros. Quantos euros é que ela tem de dar a cada um dos irmãos para que fiquem os quatro com a mesma quantia?

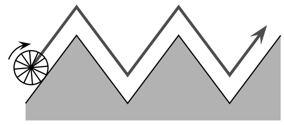
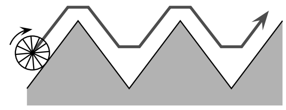
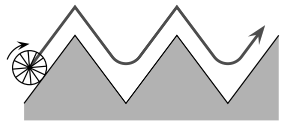
(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 6

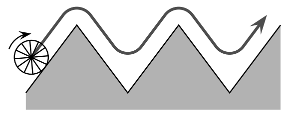
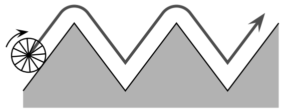
**5.** Algumas meninas estavam a dançar numa roda. A Antónia era a quinta à esquerda da Berta e a oitava à direita da Berta. Quantas meninas estavam na roda?

(**A**) 11 (**B**) 12 (**C**) 13 (**D**) 14 (**E**) 15

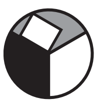
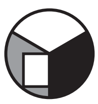
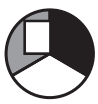
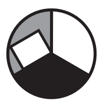
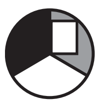

· U C ·
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

**6.** Qual das seguintes imagens mostra a curva que o centro da roda descreve quando a roda rola ao longo da curva em ziguezague apresentada?

(**A**)  (**B**)  (**C**) 

(**D**)  (**E**) 

**7.** Na figura abaixo vemos um círculo, com medida de raio igual a 1, que vai rolar ao longo de uma reta desde o ponto $K$ até ao ponto $L$. Sabendo que $\overline{KL} = 11\pi$, qual será o aspeto do círculo quando atingir a posição final no ponto $L$?


(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

**8.** O Martim joga xadrez. Esta temporada já jogou 15 jogos, dos quais ganhou nove. Sabendo que ele ainda tem de jogar mais 5 jogos, qual vai ser a sua taxa de sucesso se ganhar os 5 jogos que faltam?

(**A**) 60% (**B**) 65% (**C**) 70% (**D**) 75% (**E**) 80%

**9.** Num casamento, um oitavo dos convidados eram crianças e três sétimos dos convidados adultos eram homens. Que fração dos convidados eram mulheres?

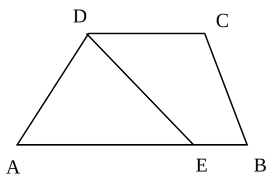
(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{5}$ (**D**) $\frac{1}{7}$ (**E**) $\frac{3}{7}$

**10.** A minha professora de matemática tem uma caixa com botões coloridos. A caixa tem 203 botões vermelhos, 117 botões brancos e 28 botões azuis. Foi pedido aos alunos que tirassem, um a um, um botão da caixa de cada vez e sem olhar. Ao fim de quantos alunos terem tirado um botão da caixa, temos a certeza que já foram retirados 3 botões da mesma cor?

(**A**) 3 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 28 (**E**) 203

## Problemas de 4 pontos

**11.** No trapézio $[ABCD]$ os lados $[AB]$ e $[CD]$ são paralelos, $\overline{AB} = 50$ e $\overline{CD} = 20$. O ponto $E$ é um ponto do lado $[AB]$ tal que o segmento $[DE]$ divide o trapézio inicial em duas partes com a mesma área (ver figura ao lado). Então $\overline{AE}$ é igual a:



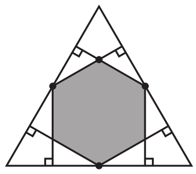

(**A**) 25 (**B**) 30 (**C**) 35

(**D**) 40 (**E**) 45

**12.** Quantos números naturais $A$ verificam a propriedade de exatamente um dos números $A$ ou $A + 20$ ter 4 algarismos?

(**A**) 19 (**B**) 20 (**C**) 38 (**D**) 39 (**E**) 40

**13.** Foram traçadas seis perpendiculares aos lados de um triângulo equilátero a partir dos pontos médios dos seus lados (ver figura ao lado). Que fração da área do triângulo inicial é coberta pelo hexágono assim obtido?

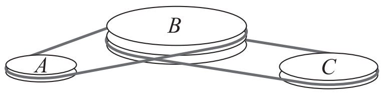


(**A**) $\frac{1}{3}$ (**B**) $\frac{2}{5}$ (**C**) $\frac{4}{9}$ (**D**) $\frac{1}{2}$ (**E**) $\frac{2}{3}$

**14.** A soma dos quadrados de três inteiros positivos consecutivos é 770. Qual é o maior desses inteiros?

(**A**) 15 (**B**) 16 (**C**) 17 (**D**) 18 (**E**) 19

**15.** Um sistema de transmissão por correias é constituído pelas rodas $A$, $B$ e $C$, que giram sem deslizamento. Sabemos que a roda $B$ dá 4 voltas completas enquanto a roda $A$ dá 5 voltas completas e que $B$ dá 6 voltas completas enquanto $C$ dá 7 voltas completas. Se o perímetro da roda $C$ é 30 cm, qual é o perímetro da roda $A$?




(**A**) 27 cm (**B**) 28 cm (**C**) 29 cm (**D**) 30 cm (**E**) 31 cm

**16.** O Tiago quer fazer um horário semanal para programar as suas sessões de corrida ao longo dos próximos meses. Ele quer correr nos mesmos dias em cada semana, três vezes por semana e não quer correr em dois dias consecutivos. Quantos horários diferentes pode o Tiago fazer?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 35

**17.** Quatro irmãos têm alturas diferentes. O Tobias é mais baixo do que o Vítor o mesmo número de centímetros que é mais alto do que o Pedro. O Óscar é mais baixo do que o Pedro o mesmo número de centímetros que a diferença entre o Pedro e o Tobias. O Tobias mede 184 cm e a média das alturas dos quatro irmãos é 178 cm. Qual é a altura do Óscar?

(**A**) 160 cm (**B**) 166 cm (**C**) 172 cm (**D**) 184 cm (**E**) 190 cm

**18.** Choveu sete vezes durante as nossas últimas férias. Se choveu de manhã, de tarde esteve sol; se choveu de tarde, de manhã esteve sol. Sabendo que tivemos 5 manhãs e 6 tardes de sol, no mínimo, quantos dias de férias tivemos?

(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

**19.** A Joana quer preencher a tabela $3 \times 3$ da figura ao lado com números, de modo a que a soma dos números das células dos quatro quadrados $2 \times 2$ seja a mesma. Já preencheu as células dos 4 cantos, como se pode ver na figura. Que número vai ter de colocar na célula assinalada com o ponto de interrogação?

| | | |
|---|---|---|
| 3 | | 1 |
| | | |
| 2 | | ? |

(**A**) 5 (**B**) 4 (**C**) 1 (**D**) 0

(**E**) Não é possível saber

**20.** Sete números naturais $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, $f$ e $g$ foram escritos numa linha, por esta ordem. A soma deles é igual a 2017 e a diferença entre dois quaisquer números vizinhos é $\pm 1$. Qual dos números pode ser igual a 286?

(**A**) Só o $a$ ou o $g$ (**B**) Só o $b$ ou o $f$ (**C**) Só o $c$ ou o $e$

(**D**) Só o $d$ (**E**) Qualquer um deles

## Problemas de 5 pontos

**21.** As idades, em anos, de quatro crianças são números naturais, todos diferentes e inferiores a 18. Se o produto das idades destas quatro crianças é 882, qual é a sua soma?

(**A**) 23 (**B**) 25 (**C**) 27 (**D**) 31 (**E**) 33

**22.** Os números $-3$, $-2$, $-1$, 0, 1 e 2 aparecem nas faces de um dado. Se lançarmos o dado duas vezes e multiplicarmos os números obtidos, qual é a probabilidade desse produto ser negativo?

(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{1}{4}$ (**C**) $\frac{11}{36}$ (**D**) $\frac{13}{36}$ (**E**) $\frac{1}{3}$

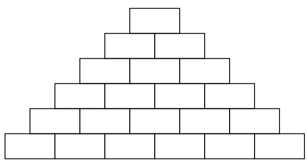
**23.** Um certo número com dois algarismos é constituído pelos algarismos $a$ e $b$. Se repetirmos este par de algarismos três vezes, obtemos um número com seis algarismos, $ababab$. Por qual dos seguintes números é de certeza divisível este novo número?

(**A**) 2 (**B**) 5 (**C**) 7 (**D**) 9 (**E**) 11

**24.** Um grupo de amigos quer criar uma senha que tenha sete algarismos. Os algarismos da senha devem aparecer tantas vezes quanto o seu valor e os algarismos iguais devem ser escritos consecutivamente. Por exemplo, 4444333 ou 1666666 são duas senhas possíveis. Quantas senhas diferentes podem ser criadas deste modo?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 13

**25.** O Paulo quer escrever um número natural em cada uma das células do diagrama ao lado de modo a que o número em cada uma das células das 5 linhas superiores do diagrama seja a soma dos números nas duas células imediatamente abaixo. No máximo quantos números ímpares pode escrever o Paulo?



(**A**) 13 (**B**) 14 (**C**) 15 (**D**) 16 (**E**) 17

**26.** A Piedade somou as amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo. Ela esqueceu-se de somar um dos ângulos e a soma que obteve foi 2017°. Das seguintes, qual pode ser a amplitude do ângulo que ela se esqueceu de somar?

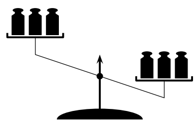
(**A**) 37° (**B**) 53° (**C**) 97° (**D**) 127° (**E**) 143°

**27.** Numa roda estavam 30 dançarinos, todos virados para o centro. Depois de ouvirem a ordem “Esquerda” alguns dançarinos viraram-se para a esquerda e os restantes para a direita. Os dez dançarinos que ficaram frente a frente disseram “Olá”. Depois foi ouvida a ordem “Virar” e todos deram meia volta. Novamente, os que ficaram frente a frente disseram “Olá”. Quantos dançarinos disseram, dessa vez, “Olá”?

(**A**) 10 (**B**) 20 (**C**) 8 (**D**) 15

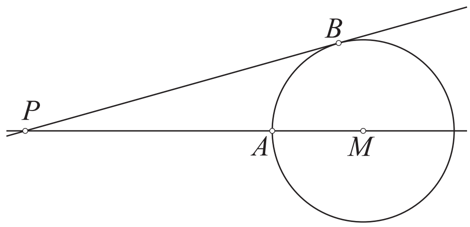
(**E**) Não é possível saber

**28.** Três pesos foram colocados em cada um dos pratos de uma balança, como pode ser observado na figura ao lado. Os seis pesos têm 101, 102, 103, 104, 105 e 106 gramas. Qual é a probabilidade do peso com 106 gramas ter ficado no prato da balança com mais peso?



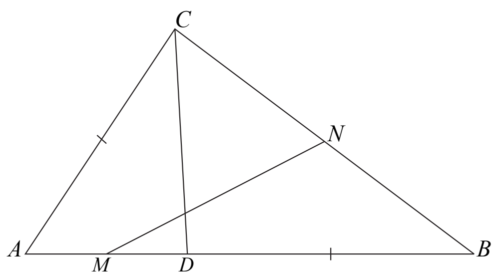
(**A**) 75% (**B**) 80% (**C**) 90% (**D**) 95% (**E**) 100%

**29.** Na figura ao lado, $A$ e $B$ são dois pontos da circunferência de centro $M$ e a reta $PB$ é tangente à circunferência em $B$. As distâncias $\overline{PA}$ e $\overline{MB}$ são valores inteiros e $\overline{PB} = \overline{PA} + 6$. Quantas são as possibilidades para o par $(\overline{PA}; \overline{MB})$?




(**A**) 0 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 6 (**E**) 8

**30.** O ponto $D$ foi escolhido no lado $[AB]$ do triângulo $[ABC]$ de modo a que $\overline{DB} = \overline{AC}$ (ver figura ao lado). Os pontos $M$ e $N$ são os pontos médios dos segmentos $[AD]$ e $[CB]$, respetivamente. Se $B\widehat{M}N = \alpha$, a que é igual $B\widehat{A}C$?




(**A**) $2\alpha$ (**B**) $90° - \alpha$

(**C**) $45° + \alpha$ (**D**) $90° - \dfrac{\alpha}{2}$

(**E**) 60°