

1. (B). Nota:  $p(2 \text{ divisores}) = p(\text{primo}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ; 3 e 11 são números primos.
2. 2.1.  $\overline{OD} = \frac{2}{3}\sqrt{180}$  ou  $\overline{OD} = 4\sqrt{5}$ . Nota: pelo Teorema de Pitágoras conclui-se que  $\overline{OB} = \sqrt{180}$ , como os triângulos  $[OAB]$  e  $[OCD]$  são semelhantes (critério aa) e a razão de semelhança (redução) é
- $$r_{\text{redução}} = \frac{\text{comp. final}}{\text{comp. inicial}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\frac{2}{3}\overline{OA}}{\overline{OA}} = \frac{2}{3}$$
- O lado correspondente a  $[OD]$  é  $[OB]$ , logo  $\overline{OD} = \frac{2}{3}\overline{OB}$
- $$= \frac{2}{3}\sqrt{180} = \frac{2}{3}\sqrt{4 \times 9 \times 5} = \frac{2}{3}\sqrt{4} \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \frac{2}{3} \times 2 \times 3 \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$
- 2.2.  $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ . Nota: como o ponto  $B$  pertence ao gráfico da função  $f$ , podemos concluir que a imagem do objeto 6 é 12 nesta função. Substituindo na expressão algébrica obtemos:
- $$f(6) = 12 \Leftrightarrow a \times 6^2 = 12 \Leftrightarrow a = \frac{12}{36} \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}, \text{ logo } f(x) = \frac{1}{3}x^2 \text{ ou } f(x) = \frac{x^2}{3}.$$
- 2.3. (C). Nota:  $k = 6 \times 12 = 72$  (constante de proporcionalidade inversa);  $g(x) = \frac{72}{x}$ , logo como  $F$  é um ponto do gráfico da função  $g$  terá coordenadas cujo produto é igual a 72 e
- $$A_{\square} = \overline{OE} \times \overline{EF} = \text{abscissa } F \times \text{ordenada } F = 72.$$
3. 3.1. 30 aulas. Nota: com o desconto de 30% cada aula fica a 14€ para os sócios.  $400 \div 14 \approx 28,57$ , ou seja irá comprar 28 aulas, no entanto vai receber mais 2 de bónus (uma por cada pacote de dez).
- 3.2. (C). Nota:  $\text{Valor} = \text{Joia} + 14\text{€} \times \text{número de aulas}$ .
4. 4.1.  $\widehat{ODA} = 30^\circ$ . Nota:  $\widehat{OBA} = 30^\circ$  (o triângulo é isósceles),  $\widehat{CA} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ ;  $\widehat{AB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ;
- $$\widehat{ODA} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CA}}{2} = \frac{120^\circ - 60^\circ}{2} = 30^\circ \text{ (ângulo excêntrico com o vértice no exterior da circunferência).}$$
- 4.2. (B). Nota:  $\frac{A_{[BEF]}}{A_{[ABO]}} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow r_{\text{redução}}^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow r_{\text{redução}} = \sqrt{\frac{1}{16}} \Leftrightarrow r_{\text{redução}} = \frac{1}{4}$ ,  $P_{\odot} = 64\pi \Leftrightarrow 2\pi r = 64\pi$
- $$\Leftrightarrow 2r = 64 \Leftrightarrow r = 32, \text{ ou seja, } \overline{OA} = \overline{OB} = 32 \text{ (raio), deste modo } \overline{BF} = \overline{OB} \times r_{\text{redução}} = 32 \times \frac{1}{4} = 8 \text{ (os triângulos são semelhantes, } [BF] \text{ e } [OB] \text{ são lados correspondentes)}$$
- 4.3. (D). Nota: o ponto  $O$  está à mesma distância dos pontos  $A$  e  $C$  ( $O$  é centro da circunferência).
- 4.4. (C)
5.  $(x, y) = \left(-\frac{1}{3}, 2\right)$ . Nota: forma canónica deste sistema  $\rightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 11 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$ .