

1. Resolva a equação seguinte: $14x^2 - 2(2x - 1)^2 = 25x + 1$. Apresenta os cálculos que efetuares.

2. A Ana e o seu grupo de amigos decidiram ir ao Optimus Alive'13 e compraram os bilhetes no site oficial do festival, tal como se pode ver na imagem ao lado. Como todos gostam muito dos *Kings of Leon* uns decidiram comprar o bilhete apenas para esse dia e os restantes compraram o passe de 3 dias, para poderem assistir a todos os concertos.



Gastaram 844 euros na totalidade e verificaram que o número de passes de 3 dias que foram comprados corresponde a metade do número de bilhetes diários adquiridos.

Escreve um sistema de duas equações do 1.º grau que traduza este problema, representando por x o número de bilhetes diários e por y o número de passes de 3 dias comprados.

Não resolves o sistema.

3. Na Figura 1, estão representados os triângulos retângulos $[ABC]$ e $[BDE]$.

Sabe-se que:

- $[AB] \parallel [DE]$;
- o ponto E é o ponto de interseção dos segmentos de reta $[BC]$ e $[DE]$;
- $\overline{AB} = 12$ e $\overline{BE} = 8$.

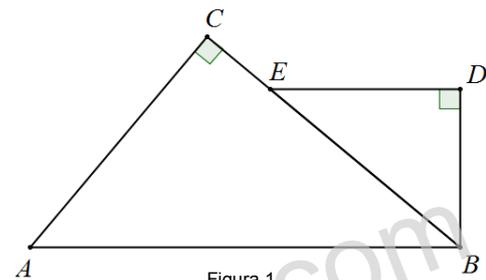


Figura 1

3.1. Admite que o valor da área de $[ABC]$ é A .

Qual das expressões representa o valor da área de $[BDE]$? Assinala a letra da opção correta.

- (A) $\frac{2}{3}A$ (B) $\frac{4}{9}A$ (C) $\frac{1}{4}A$ (D) $\frac{1}{16}A$

3.2. Sabe-se que $\overline{BD} = 5$. Determina o valor exato de \overline{CE} .

Apresenta os cálculos que efetuares.

3.3. Determina a amplitude, em graus, do ângulo DEC .

Escreve o resultado arredondado às unidades. Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota: – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva uma casa decimal.

4. A professora de Educação Visual de uma turma de 9.º ano propôs que cada aluno criasse um retângulo e o decorasse usando formas geométricas. Esse retângulo foi depois utilizado como módulo para construir um padrão.

Na Figura 2 apresenta-se o retângulo decorado com um círculo e um triângulo criado pelo João e na Figura 3 o protótipo do seu padrão.

Relativamente à Figura 2 sabe-se que:

- o círculo está inscrito em $[AEFG]$;
- o ponto F é o ponto de interseção dos segmentos de reta $[EI]$ e $[GH]$;
- os pontos E, H, I e G pertencem aos segmentos de reta $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ e $[AD]$;

4.1. Admite agora que:

- o comprimento da circunferência é 6π .
- $\overline{AB} = 10$ e $\overline{BC} = 12$

Determina a amplitude, em graus, do ângulo HIF .

Escreve o resultado arredondado às unidades. Apresenta todos os cálculos.

4.2. O trabalho do João foi escolhido pelos professores de Matemática para fazer parte da exposição intitulada *A Matemática e a Arte*.

Numa aula de preparação para exame, o professor de Matemática apresentou a Figura 2 e colocou aos seus alunos a seguinte questão: “Se $\overline{FI} = 2\overline{FH}$ e $\overline{IH} = \sqrt{45}$ qual é o valor da área de $[FHI]$?”.

Resolve a questão apresentada pelo professor do João. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4.3. Observa a Figura 3. O retângulo $[MLPQ]$ pode ser obtido com imagem do retângulo $[ONRS]$ por meio da translação associada a um dos vetores seguintes. A qual deles? Assinala a letra da opção correta.

- (A) $\overrightarrow{ST} + \overrightarrow{PL}$ (B) $\overrightarrow{ST} + \overrightarrow{NK}$ (C) $\overrightarrow{NK} + \overrightarrow{LP}$ (D) $\overrightarrow{ST} + \overrightarrow{KP}$

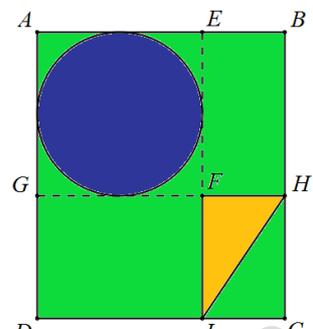


Figura 2

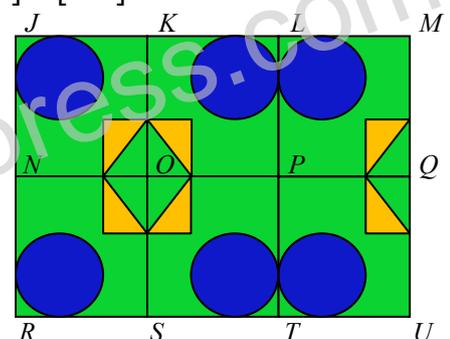


Figura 3

5. Na Figura 4 está representada, num referencial cartesiano, a função quadrática f e o retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- a função f é definida por $f(x) = -2x^2$;
- os pontos A e B são pontos do eixo das abscissas;
- os pontos C e D são pontos do gráfico de f .

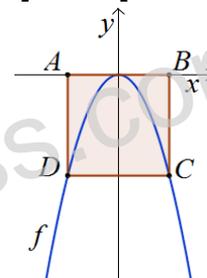


Figura 4

5.1. Sabe-se que o perímetro do retângulo $[ABCD]$ é 8.

Determina as coordenadas de C .

Mostra como chegaste à tua resposta.

5.2. Seja a um número natural. Qual das seguintes expressões pode representar uma ordenada de um ponto do gráfico da função f ? Assinala a letra da opção correta.

- (A) $(-a^3)^2$ (B) $\left(-\frac{1}{a^2}\right)^3$ (C) $(a^2)^{-3}$ (D) $\left(-\frac{1}{a^3}\right)^2$

6. Na Figura 5 estão representadas, num referencial cartesiano, as funções f e g .

Sabe-se que:

- a função f é definida por $f(x) = \frac{x^2}{4}$;
- a reta g é definida por $g(x) = -x + 8$;
- o ponto D é o ponto de interseção do gráfico de g com o eixo das abscissas;
- o ponto C é o ponto de interseção do gráfico de g com o eixo das ordenadas;
- os pontos A e B são os pontos de interseção dos gráficos das funções f e g ;
- os segmentos de reta $[EC]$ e $[AE]$ são paralelos aos eixos das abscissas e das ordenadas, respetivamente.

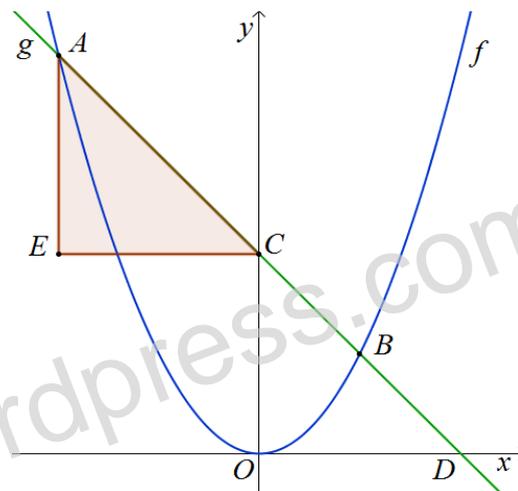


Figura 5

6.1. Comenta a afirmação: "O ponto O pertence à mediatriz de $[CD]$ ".

6.2. Determina o valor da área de $[ACE]$. Apresenta os cálculos que efetuares.

6.3. Considera a expressão $(3x - 2)^2 - g(x)$.

Qual das seguintes expressões é igual à expressão dada? Assinala a letra da opção correta.

- (A) $9x^2 + x - 12$ (B) $9x^2 - 11x - 4$ (C) $9x^2 - 13x + 12$ (D) $9x^2 - 11x - 12$

7. Na Figura 6 está representada uma circunferência de centro no ponto O .

Sabe-se que:

- os pontos A, B, C, D e E pertencem à circunferência;
- $[ABO]$ é um triângulo equilátero;
- $[AD]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ponto F é o ponto de interseção dos segmentos de reta $[BF]$ e $[AF]$;
- $\widehat{DE} = 40^\circ$.

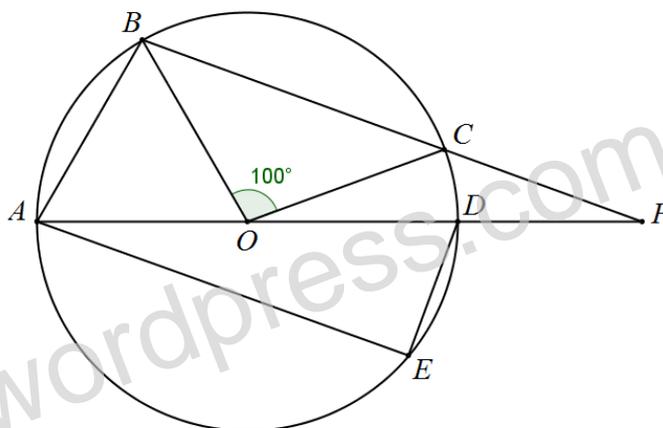


Figura 6

7.1. Determina a amplitude, em graus, do ângulo BFA .

Mostra como chegaste à tua resposta.

7.2. Admite que o perímetro de $[ABO]$ é igual a 12 cm .

Determina \overline{AE} .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às centésimas. Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota: – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, quatro casas decimais.

8. Seja k um número natural. Qual das expressões é equivalente a $\frac{3^{3-k}}{27}$? Assinala a letra da opção correta.

- (A) 3^k (B) 3^{6-k} (C) $\frac{1}{3^k}$ (D) -3^k

9. Na Figura 7, estão representadas, num referencial cartesiano, as funções f e g .
Sabe-se que:

- a função f é uma função quadrática;
- a função g é uma função de proporcionalidade inversa;
- o ponto B é um ponto do gráfico de g ;
- o ponto C é o ponto de intersecção dos gráficos das funções f e g ;
- o segmento de reta $[BA]$ é paralelo ao eixo das ordenadas.

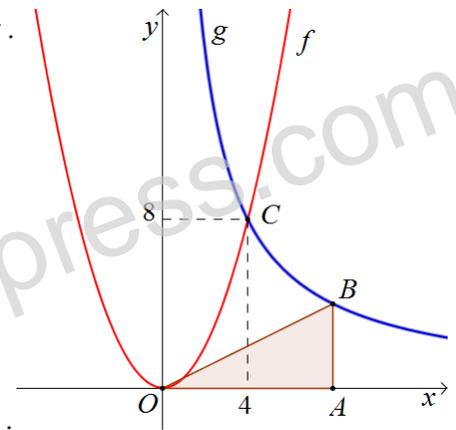


Figura 7

9.1. Escreve a expressão algébrica da função f .

Apresenta os cálculos que efetuares.

9.2. Designemos por D a imagem do ponto B por meio da reflexão de eixo Ox .

Nota: O ponto D não está representado na Figura 7.

Determina o valor da área do triângulo $[OBD]$. Mostra como chegaste à tua resposta.

9.3. Considera a circunferência de centro na origem e que contém o ponto C .

Determina a abcissa do ponto de intersecção da circunferência com o semieixo negativo das abcissas.

Apresenta os cálculos que efetuares.

10. Qual dos números seguintes pertence ao conjunto $A =]-\pi; 0[\cap]-3, (14); 3[$?

Assinala a letra da opção correta.

(A) $-3,15$

(B) -3

(C) 0

(D) 3

11. Considera as caixas A e B da Figura 8.

A caixa A contém 5 bolas indistinguíveis ao tato, duas bolas com o número -1 , duas com o número 0 e uma com o número 1 .

A caixa B contém 4 bolas indistinguíveis ao tato, duas bolas com o número 0 e duas com o número 1 .

Extraem-se, ao acaso, duas bolas, uma da caixa A e outra da caixa B.

Qual a probabilidade da soma dos números das bolas extraídas ser 1 ?

Apresenta a tua resposta na forma de fração irredutível. Mostra como chegaste à tua resposta.

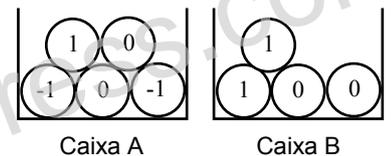


Figura 8

12. A Escola Básica de Caldas do Sul realizou uma parceria com uma empresa de cerâmica da região tendo alguns alunos do Curso de Educação e Formação de Artes Decorativas estagiado nessa empresa. Durante o estágio os alunos tinham de criar o design de uma floreira e construí-la.

Na Figura 9 está representado o modelo geométrico de uma das floreiras criada por um dos alunos. O modelo geométrico pode ser decomposto no prisma quadrangular $[ABCDEFGH]$ e no prisma retangular $[BIJCKLMN]$.

Sabe-se que:

- $\overline{BI} = 2\overline{AB}$;
- $\overline{BK} = \frac{1}{4}\overline{AB}$;
- $\overline{BF} = \overline{BI}$.

12.1. Indica a posição relativa da reta IK e do plano EFG .

12.2. Admite que o volume do sólido da Figura 9 é 540 dm^3 .

Determina \overline{AB} . Mostra como chegaste à tua resposta.

12.3. Qual é a intersecção dos planos CDH e ABG ?

Assinala a letra da opção correta.

(A) o ponto G

(B) o ponto H

(C) a reta GH

(D) o segmento de reta $[GH]$

12.4. Considera agora que $\overline{AB} = 8 \text{ dm}$.

Determina \overline{BM} . Apresenta os cálculos que efetuares.

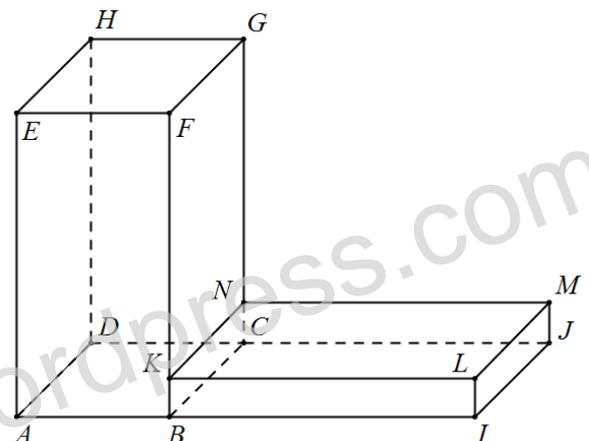


Figura 9

13. Considera a equação $(2x-3)(2x+3)-(3-x)^2=0$.

Qual das seguintes equações é equivalente à equação dada? Assinala a letra da opção correta.

(A) $3x^2 = 0$

(B) $3x^2 + 6x = 0$

(C) $3x^2 + 6x - 18 = 0$

(D) $2x^2 + 6x - 18 = 0$

14. Na Figura 10 estão representadas, num referencial cartesiano, as funções f e g . Sabe-se que:

- a função f é definida por $f(x) = \frac{1}{2}x + 6$;
- a função g é definida por $g(x) = -\frac{2}{3}x + 13$;
- os pontos A e D são os pontos de interseção dos gráficos de f e g com o eixo das abcissas, respetivamente;
- os pontos B e F são os pontos de interseção dos gráficos de f e g com o eixo das ordenadas;
- o ponto C é o ponto de interseção dos gráficos das funções f e g ;
- o segmento de reta $[BE]$ é paralelo ao eixo das abcissas.

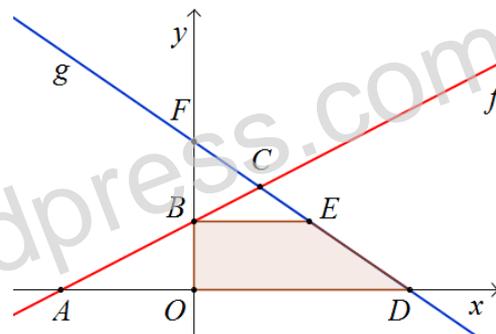


Figura 10

14.1. Determina as coordenadas do ponto C . Mostra como chegaste à tua resposta.

14.2. Resolve a condição $2 - \frac{3x-1}{4} \geq f(x)$.

Apresenta a tua resposta na forma de intervalo de números reais. Apresenta os cálculos que efetuares.

14.3. Determina o valor da área de $[OBDE]$. Mostra como chegaste à tua resposta.

15. Na Figura 11 estão representados os triângulos retângulos isósceles $[ABC]$, $[DEF]$ e $[BDG]$.

Sabe-se que:

- $AC \parallel DF$; $BC \parallel EF$; $\overline{AD} = 8$; $\overline{BE} = 3$ e $\overline{BD} = 2$.

15.1. Qual a razão de semelhança que transforma $[ABC]$ em $[BDG]$?

Assinala a letra da opção correta.

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) 4 (D) 5

15.2. Determina a área do menor círculo de centro em D que contenha F .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

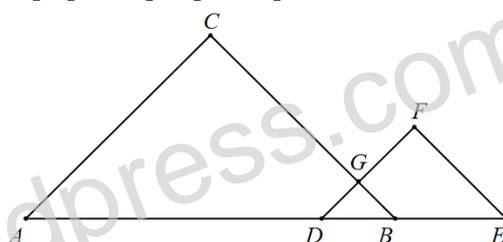


Figura 11

16. Seja a um número natural diferente de 1. Qual das expressões é equivalente a $\left(-\frac{1}{a}\right)^3 \times a^5$?

Assinala a letra da opção correta.

- (A) a^2 (B) $\frac{1}{a^2}$ (C) $-\frac{1}{a^2}$ (D) $-a^2$

17. O professor de Matemática do Paulo apresentou dois sólidos com algumas características em comum aos seus alunos de 9.º ano.

Nas Figuras 12 e 13 estão representados os modelos geométricos desses sólidos. Os modelos não estão desenhados à escala.

Cada um dos sólidos pode ser decomposto num cilindro e num cone.

Sabe-se ainda que:

- a base superior do cilindro coincide com a base do cone;
- a altura do cilindro é metade da altura do cone.

17.1. Admite que o volume do cone da Figura 12 é $36\pi \text{ dm}^3$.

Determina o volume do cilindro.

Mostra como chegaste à tua resposta.

17.2. Relativamente à Figura 13 sabe-se que:

- $[AB]$ e $[CD]$ são diâmetros das bases opostas do cilindro e E é o vértice do cone;
- F é o centro da base do cilindro que contém o ponto C ;
- a amplitude do ângulo ECF é 70° e a área da base do cilindro é $16\pi \text{ dm}^2$.

Determina o valor da área lateral do cilindro.

Apresenta o resultado em dm^2 , arredondado às décimas. Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota: – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

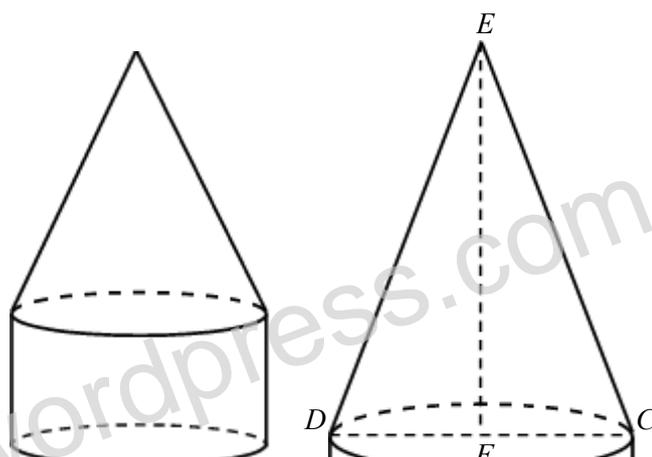


Figura 12

Figura 13