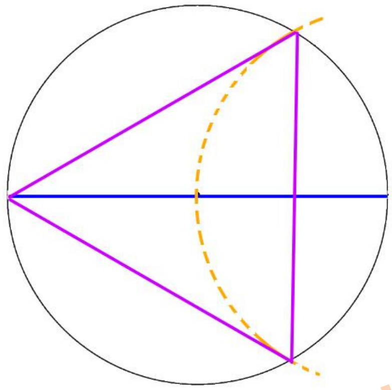
Compilação de Exercícios de
Exames Nacionais / Provas Finais (EN/PF) e de Testes Intermédios (TI)

Tema: Circunferência e Polígonos. Isometrias



1.1. Ponto G; **1.2.** Porque os dois ângulos estão inscritos no mesmo arco de circunferência.

1.3. ver construção geométrica ao lado.

2.1. valor aproximado por defeito: 14,4;

valor aproximado por excesso: 14,5;

2.2. (A);

3.1. A amplitude do arco AB é 120 graus;

3.2. A amplitude do ângulo BAD é 60 graus. Na justificação deve estar implícito o conhecimento de que uma recta tangente à circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangencia.

4. Os quatro lados do quadrilátero são iguais, porque a arcos iguais correspondem cordas iguais e cada um dos seus ângulos é recto, pois cada um destes ângulos está inscrito num arco de circunferência cuja amplitude é 180 graus.

5. (B); **6. (B)**; **7.** A amplitude do arco CB é 40 graus;

8.1. 60° (a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo inscrito);

8.2. $\overline{ED} = 2,5$. Nota: $sen\,30^{\circ} = \dfrac{\overline{ED}}{5} \Leftrightarrow \overline{ED} = 5sen\,30^{\circ} \Leftrightarrow \overline{ED} = 2,5$

8.3. A recta BD é um eixo de simetria. O ângulo AED tem de amplitude 90°. A imagem do ponto A é o ponto C e os pontos E e D são imagens de si próprios. Uma simetria em relação a uma recta transforma uma figura noutra geometricamente igual, logo os triângulos $[ADE]$ e $[CDE]$ são geometricamente iguais.

9. O ângulo ACB está inscrito no arco AB, logo é um ângulo inscrito numa semicircunferência e como tal tem 90° de amplitude. O triângulo ABC não pode ser equilátero, pois todos os ângulos internos de qualquer triângulo equilátero têm uma amplitude de 60°. Nota: Um triângulo rectângulo nunca pode ser equilátero, a hipotenusa é sempre o lado maior do triângulo.

10. (C)

11.1. Aplicando a fórmula que nos dá a amplitude de um polígono regular com n lados podemos concluir que $\dfrac{180 \times 3}{5} = 108^{\circ}$, logo $T\hat{P}Q = 108^{\circ}$. OU Tendo em conta que o ângulo TPQ é um ângulo inscrito no arco maior TQ, cuja amplitude é 216º, porque $360^{\circ} \div 5 = 72^{\circ}$ e $72^{\circ} \times 3 = 216^{\circ}$, a sua amplitude será metade deste valor, ou seja, $T\hat{P}Q = 108^{\circ}$.

11.2. $A_{sombreada} = A_{\odot} - A_{pentágono} = A_{\odot} - 5 \times A_{\Delta} = 25\pi - 60 \simeq 18,5$

Cálculo Auxiliares: $A_{\odot} = \pi \times 5^2 = 25\pi$ e $A_{pentágono} = 5 \times A_{\Delta} = 5 \times 12 = 60$

12. $\alpha = 30^{\circ}$. Nota: $A\hat{O}C = 180^{\circ} - 60^{\circ} = 120^{\circ}$; $180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ} = O\hat{A}C + O\hat{C}A$, como o triângulo [AOC] é isósceles $A\hat{C}O = O\hat{A}C = 60^{\circ} \div 2 = 30^{\circ}$, ou seja, $\alpha = 30^{\circ}$. OU Tendo em conta que $\overset{\frown}{CB} = 60^{\circ}$, uma vez que se trata do arco correspondente ao ângulo ao centro COB, podemos concluir que o ângulo inscrito BAC vai ter uma amplitude de 30º (metade de 60º). Dado que o triângulo [AOC] é isósceles, a lados iguais opõem-se ângulos iguais, ou seja, $B\hat{A}C = A\hat{C}O = \alpha = 30^{\circ}$.

13.1. Trata-se de um ângulo inscrito numa semicircunferência.

13.2. $A_{sombreada} = A_{\odot} - A_{\Delta} = 56,25\pi - 54 \simeq 123$

Cálculo Auxiliares: $A_{\odot} = \pi \times 7,5^2 = 56,25\pi$ e $A_{\Delta} = \dfrac{9 \times 12}{2} = 54$

Para determinar a base do triângulo, $\overline{BC}$, usamos o Teorema de Pitágoras: $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 \Leftrightarrow 12^2 + \overline{BC}^2 = 15^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 225 - 144 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 81 \Leftrightarrow \overline{BC} = \pm\sqrt{81} \Leftrightarrow \overline{BC} = \pm 9$, como se trata de um comprimento não pode ser negativo logo $\overline{BC} = 9$.

14. (A); **15. (D)**; **16.1.** $\overset{\frown}{AC} = 56^{\circ}$; **16.2.** $\overline{DE} = 0,8$. Nota: $\overline{DE} = \overline{OE} - \overline{OD}$; $\overline{OE} = \overline{AO} = 6,8$ (raio da circunferência) e $\overline{OD}$ pode ser calculado usando o Teorema de Pitágoras, uma vez que o triângulo [AOD] é rectângulo. Sendo assim $\overline{OD}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 \Leftrightarrow \overline{OD}^2 + 3,2^2 = 6,8^2 \Leftrightarrow (...) \Leftrightarrow \overline{OD} = \pm 6$, como se trata de um comprimento não pode ser negativo logo $\overline{OD} = 6$. Deste modo $\overline{DE} = \overline{OE} - \overline{OD} = 6,8 - 6 = 0,8$.

17.1. $A\hat{C}B = 45^{\circ}$ (ângulo inscrito num quarto de circunferência). **17.2. (D)**; **17.3.** $\sqrt{2}$. Nota: Pelo Teorema de Pitágora podes concluir que $\overline{OG}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{OB}^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$, como se trata de um comprimento não pode ser negativo logo $x = \overline{OG} = \sqrt{2}$.

18.1. $D\hat{O}C = 60^{\circ}$; **18.2.** $A_{sombreada} = A_{\odot} - A_{hexágono} = 16\pi - 24\sqrt{3} \simeq 9$

Cálculo Auxiliares: $A_{\odot} = \pi \times 4^2 = 16\pi$ e $A_{hexágono} = 6 \times A_{\Delta} = 6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

18.3. F; **19.1.** $\overset{\frown}{AB} = 140^{\circ}$; **19.2.** 2; **19.3.** $sen\,70^{\circ} = \dfrac{4,35}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \overline{BD} = \dfrac{4,35}{sen\,70^{\circ}} \Leftrightarrow \overline{BD} \simeq 4,63cm$

20.1. $B\hat{I}H = 45^{\circ}$ (ângulo inscrito num quarto de circunferência).

20.2. $A_{Sombreada} = A_{\square} - 4 \times A_{\frac{1}{4}\odot} = A_{\square} - A_{\odot} = 16 - 4\pi \simeq 3,4$

Cálculo Auxiliares: $A_{\square} = 4 \times 4 = 16$ e $A_{\odot} = \pi \times 2^2 = 4\pi$.

20.2. $\overline{IO} = \overline{IA} + \overline{AO} \Leftrightarrow \overline{IO} = 2 + \sqrt{8} \Leftrightarrow \overline{IO} \simeq 4,8$. Nota: Usando o Teorema de Pitágoras podes concluir que $\overline{AO} = \sqrt{8}$, uma vez que $[AO]$ é a hipotenusa do triângulo $[AHO]$ e $\overline{AH} = \overline{HO} = 2$ (raio da circunferência).

21. **** **22.1.** 108°. Nota: $\overset{\frown}{AB} = 180^{\circ} - 72^{\circ} = 108^{\circ}$.

22.2. $A_{Sombreada} = A_{Semicírculo} - A_{\Delta[QBS]} = 32\pi - 64\tan 36^{\circ} \simeq 54$. Nota: $A_{\odot} = \pi \times 8^2 = 64\pi$, logo $A_{Semicírculo} = 32\pi$; $\tan 36^{\circ} = \dfrac{\overline{OQ}}{8} \Leftrightarrow \overline{OQ} = 8\tan 36^{\circ}$; $A_{\Delta[QBS]} = 2 \times A_{\Delta[QOB]} = 2 \times \dfrac{\overline{OQ} \times \overline{OB}}{2} = 2 \times \dfrac{8\tan 36^{\circ} \times 8}{2} = 64\tan 36^{\circ}$;

23.1. (C); **23.2.** $P_{\odot} = 2\pi r = 2\times\pi\times\frac{\sqrt{72}}{2} = \sqrt{72}\,\pi \simeq 26,7$. Nota: pelo Teorema de Pitágoras podemos determinar o diâmetro da circunferência. $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6^2+6^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 72 \Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{72}$, como se trata de um comprimento, não pode ser negativo logo $\overline{AC} = \sqrt{72}$, ou seja, o valor exato do raio desta circunferência é $\frac{\sqrt{72}}{2}$.

24.1. (B); **24.2.** 100^{o}. **Nota**: $\widehat{AC} = 180^{\text{o}} - 80^{\text{o}} = 100^{\text{o}}$. **24.3.** $P_{\odot} = 2\pi r = \pi\times d = \pi\times\overline{AD} = \pi\times 7,52 \simeq 23,6\ cm$. **Nota**: O triângulo [AED] é retângulo em E porque o ângulo AED é um ângulo inscrito numa semicircunferência. O valor de $\overline{AD}$ pode ser determinado pelo Teorema de Pitágoras. $\overline{AD}^2 = 6,8^2 + 3,2^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 56,48 \Leftrightarrow \overline{AD} = \pm\sqrt{56,48}$ $\Leftrightarrow \overline{AD} \simeq \pm 7,52$, como se trata de um comprimento $\overline{AD} \simeq 7,52$.

25.1. $D\hat{B}A = 55°$. Nota: $D\hat{P}B = 85°$ (ângulos verticalmente opostos) e $C\hat{A}B = 40°$ (ângulo inscrito num arco de amplitude igual a 80º). **25.2.** (C). Nota: a razão de semelhança desta ampliação é 2, como a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual à razão de semelhança ao quadrado temos $\frac{A_{\Delta[DCP]}}{A_{\Delta[DCP]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{\Delta[DCP]}}{6} = 2^2 \Leftrightarrow A_{\Delta[DCP]} = 24$.

26.1. (C); **26.2.** $9,9\ cm$. Nota: dividindo o triângulo $[AFG]$ pela sua altura obtemos dois triângulos retângulos congruentes e como tal podemos usar a trigonometria. Seja M o ponto médio de $[FG]$, $sen\ 18° = \frac{\overline{FM}}{16} \Leftrightarrow \overline{FM} = 16\,sen\ 18°$, logo $\overline{FG} = 2\overline{FM} = 32\,sen 18° \simeq 9,9\,cm$.

27. $[FG]$; **28.1.** $[JER]$; **28.2.** 24 unidades. Nota: a área do paralelogramo $[GBCH]$ é igual à área do quadrado $[ABHG]$, logo cada quadrícula tem 2 unidades de lado, ou seja, $A_{[BDXV]} = base\times altura = \overline{BD}\times\overline{BT} = 4\times 6 = 24$. **OU** Fazendo uma decomposição desta figura concluímos que pode ser dividida em 6 quadrados geometricamente iguais que têm área igual ao paralelogramo $[GBCH]$ e como tal a área do paralelogramo $[BDXV]$ é $4\times 6 = 24$; **28.3.** (C).

29.1. $31,4\ \ cm$. Nota: $\overline{AD} = \overline{BC} = 2r$ e $\overline{AB} = \overline{DC} = r$, logo $P_{\square} = 30 \Leftrightarrow 2r + r + 2r + r = 30 \Leftrightarrow 6r = 30$ $\Leftrightarrow r = 5\ cm$, ou seja, $P_{\odot} = 2\pi\times 5 = 10\pi \simeq 31,4\ cm$; **29.2.** $160°$ ou $-200°$. Nota: $\widehat{FD} = 2\times D\hat{E}F = 20°$ e $\widehat{AF} = \widehat{AD} - \widehat{FD} = 180° - 20° = 160°$; **29.3.** (B);

30.1. «Representa a área, em metros quadrados, da parte relvada do terreno»; **30.2.** ponto G; **31.** $\widehat{PCQ} = 254°$. Nota: $A\hat{E}D = 53° = A\hat{C}B$; $\widehat{PQ} = 2\times 53° = 106°$ e como tal $\widehat{PCQ} = 360° - \widehat{PQ} = 360° - 106° = 254°$.

32.1. (B); **32.2.** $A\hat{D}E = 140°$. Nota: tendo em conta que $[OADC]$ é um quadrilátero, a soma das amplitudes dos seus ângulos internos é igual a 360^{o}, como AD e CD são retas tangentes à circunferência vão ser perpendiculares aos raios que passam pelos respetivos pontos de tangência, ou seja, $O\hat{A}D = 90° = O\hat{C}D$; $A\hat{O}C = 140°$, deste modo $C\hat{D}A = 360° - 90° - 90° - 140° = 40°$, logo $A\hat{D}E = 180° - 40° = 140°$ (ângulos suplementares);

33. (C); **34.** $\hat{\alpha} = 144°$. **35.1.** $A_{[ABCD]} = 62,5\,cm^2$; **35.2.** $A\hat{D}F = 32°$; **36.1.** (D); **36.2.** (B); **36.3.** $A_{\odot} = 107\,cm^2$. Nota: usa o Teorema de Pitágoras para determinar o diâmetro do círculo. **37.1.** $A\hat{B}C = 36°$; **37.2.** $A_{\Delta[ABC]} = 4,3\,cm^2$.

NOTA: Podes encontrar uma sugestão de resolução destas questões no PortalMath, para isso basta veres de onde foi retirada a questão (Teste Intermédio ou Exame Nacional) e o respectivo ano, consultares as páginas onde estão os todos os Testes Intermédios (http://portalmath.wordpress.com/ti-9ano/) / Exames Nacionais (http://portalmath.wordpress.com/exames-9ano/) e clicares no link relativo à proposta de resolução do mesmo.

Podes (e deves…) também recorrer ao teu professor de Matemática, para te esclareceres as dúvidas que surgirem.