Soluções

9.º Ano

Preparação Teste Intermédio / Prova Final – V

Março 2014

2013/2014

1. (B) . Nota: $p(2\ divisores) = p(primo) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; 3 e 11 são números primos.

2. 2.1. $\overline{OD} = \frac{2}{3}\sqrt{180}$ ou $\overline{OD} = 4\sqrt{5}$. Nota: pelo Teorema de Pitágoras conclui-se que $\overline{OB} = \sqrt{180}$, como os triângulos $[OAB]$ e $[OCD]$ são semelhantes (critério aa) e a razão de semelhança (redução) é $r_{redução} = \frac{comp.\ final}{comp.\ inicial} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\frac{2}{3}\cancel{\overline{OA}}}{\cancel{\overline{OA}}} = \frac{2}{3}$. O lado correspondente a $[OD]$ é $[OB]$, logo $\overline{OD} = \frac{2}{3}\overline{OB}$

$= \frac{2}{3}\sqrt{180} = \frac{2}{3}\sqrt{4\times9\times5} = \frac{2}{3}\sqrt{4}\times\sqrt{9}\times\sqrt{5} = \frac{2}{3}\times2\times3\times\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

2.2. $f(x) = \frac{1}{3}x^2$. Nota: como o ponto B pertence ao gráfico da função f, podemos concluir que a imagem do objeto 6 é 12 nesta função. Substituindo na expressão algébrica obtemos: $f(6) = 12 \Leftrightarrow a\times6^2 = 12 \Leftrightarrow a = \frac{12}{36} \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$, logo $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ ou $f(x) = \frac{x^2}{3}$.

2.3. (B). Nota: $k = 6\times12 = 72$ (constante de proporcionalidade direta); $g(x) = \frac{72}{x}$, logo como F é um ponto do gráfico da função g terá coordenadas cujo produto é igual a 72 e $A_{\square} = \overline{OE}\times\overline{EF} = abcissa\ F\times ordenada\ F = 72$.

3. 3.1. 30 aulas. Nota: com o desconto de 30% cada aula fica a 14€ para os sócios. $400\div14 \simeq 28{,}57$, ou seja irá comprar 28 aulas, no entanto vai receber mais 2 de bónus (uma por cada pacote de dez).

3.2. (C). Nota: $Valor = Joia + 14€\times número\ de\ aulas$.

4. 4.1. $O\hat{D}A = 30°$. Nota: $O\hat{B}A = 30°$ (o triângulo é isósceles), $\overset{\frown}{CA} = 2\times30° = 60°$; $\overset{\frown}{AB} = 180° - 60° = 120°$;

$O\hat{D}A = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CA}}{2} = \frac{120° - 60°}{2} = 30°$ (ângulo excêntrico com o vértice no exterior da circunferência).

4.2. (B). Nota: $\frac{A_{[BEF]}}{A_{[ABO]}} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow r^2_{redução} = \frac{1}{16} \Rightarrow r_{redução} = \sqrt{\frac{1}{16}} \Leftrightarrow r_{redução} = \frac{1}{4}$, $P_{\odot} = 64\pi \Leftrightarrow 2\pi r = 64\pi$

$\Leftrightarrow 2r = 64 \Leftrightarrow r = 32$, ou seja, $\overline{OA} = \overline{OB} = 32$ (raio), deste modo $\overline{BF} = \overline{OB}\times r_{redução} = 32\times\frac{1}{4} = 8$ (os triângulos são semelhantes, $[BF]$ e $[OB]$ são lados correspondentes)

4.3. (D). Nota: o ponto O está à mesma distância dos pontos A e C (O é centro da circunferência).

4.4. (C)

5. $(x,y) = \left(-\frac{1}{3}, 2\right)$. Nota: forma canónica deste sistema -> $\begin{cases} 3x + 6y = 11 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$.