

## CADERNO 1

Neste caderno, é permitido o uso de calculadora.

Duração: 35 minutos + 10 minutos tolerância

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta.  
Escreve na folha de respostas a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na Figura 1, estão representados, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções  $f$  e  $g$  e o trapézio retângulo  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $O$  é a origem do referencial ;
- a função  $f$  é definida por  $f(x) = \frac{4}{3}x + 23$  ;
- a função  $g$  é uma função quadrática definida por  $g(x) = 3x^2$ , sendo  $a$  um número positivo;
- o ponto  $A$  é o ponto de interseção do gráfico de  $f$  com o eixo das abcissas ;
- o ponto  $B$  é o ponto de interseção do gráfico de  $f$  com o eixo das ordenadas;
- os pontos  $E$  e  $F$  são os pontos de interseção dos gráficos das funções  $f$  e  $g$ .

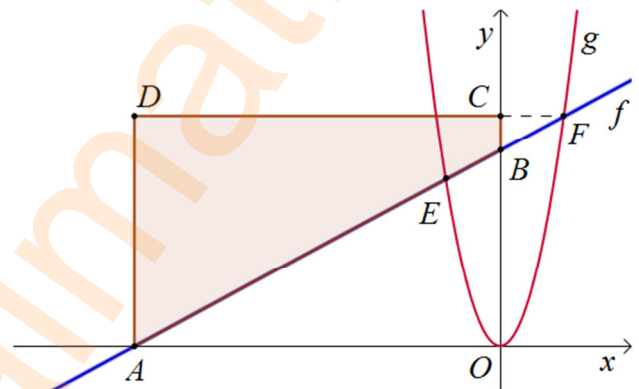


Figura 1

- 1.1. Determina a medida da área do trapézio retângulo  $[ABCD]$ .  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.
- 1.2. Admite que o ponto  $G$  é a imagem do ponto  $A$  por meio de uma reflexão relativamente ao eixo das ordenadas.  
Escreve a expressão algébrica da função afim  $h$  cujo gráfico contém os pontos  $B$  e  $G$ .  
**Nota** - O ponto  $G$  não está representado na Figura 1.

- 1.3. Considera o seguinte sistema de equações: 
$$\begin{cases} f(x) - y = 29 \\ x - \frac{6y - 1}{5} = 2 \end{cases}$$

Qual é o par ordenado  $(x, y)$  que é solução deste sistema?

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2. No concelho onde estuda o Álvaro, o município estabeleceu protocolos de cooperação entre as escolas e empresas, que denominaram a *Empresa na Escola*.

O agrupamento da escola do Álvaro estabeleceu protocolo com a empresa Argacol - Tintas e Vernizes, SA que produz as tintas *arga*<sup>®</sup>.

A marca de tintas patrocinou a exposição organizada pelo grupo disciplinar de Matemática intitulada “A Matemática na obra de Gaudi”.

A turma do Álvaro apresentou uma composição geométrica construída a partir de um pirâmide triangular regular inspirada num tetraedro utilizado por Gaudi em elementos decorativos da Sagrada Família (Barcelona).

2.1. Na Figura 2 apresenta-se a base da pirâmide triangular regular.

Sabe-se que:

- os triângulos  $[ABC]$ ,  $[ADE]$ ,  $[BFG]$  e  $[CHI]$  são equiláteros ;
- os pontos  $D$  e  $F$  pertencem ao segmento de reta  $[AB]$  ;
- os pontos  $G$  e  $H$  pertencem ao segmento de reta  $[BC]$  ;
- os pontos  $E$  e  $I$  pertencem ao segmento de reta  $[AC]$  ;
- $\overline{AD} = \overline{BF} = \overline{CH}$  ;
- $\overline{DF} = \frac{1}{3}\overline{AD}$  ;
- a medida da área do triângulo  $[ADE]$  é 18.

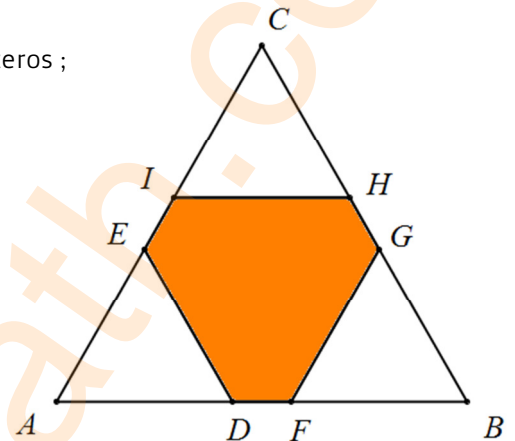


Figura 2

**Nota:** A Figura 2 não está representada à escala.

Qual é a medida da área do hexágono  $[DFGHIE]$  ?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) 44                      (B) 54                      (C) 98                      (D) 118

2.2. Na Figura 3 está representado um modelo geométrico do sólido construído pelos alunos da turma do Álvaro.

O modelo representado na Figura 3 é um sólido que pode ser decomposto num cilindro e numa pirâmide triangular regular  $[ABCD]$ .

O modelo não está desenhado à escala.

Sabe-se que:

- o triângulo  $[ABC]$  está inscrito na circunferência que limita a base superior do cilindro ;
- a altura da pirâmide é igual à altura do cilindro ;
- a medida da área da base do cilindro é  $36\pi \text{ dm}^2$  ;
- a medida da volume do cilindro é  $324\pi \text{ dm}^3$ .

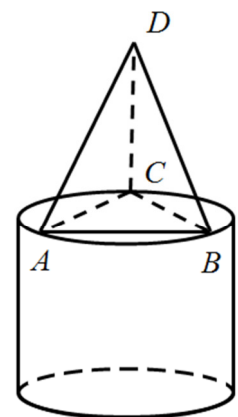


Figura 3

2.2.1. Indica a posição da reta  $AD$  relativamente ao plano que contém a base inferior do cilindro.

2.2.2. Determina a medida do volume do sólido.

Apresenta o resultado, em  $\text{dm}^3$ , com aproximação às centésimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Nota** - Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.



3. Seja  $a$  um número primo superior a 20 .  
Qual é o  $m.d.c.(198 \times a, 60 \times a^2)$  ?  
Transcreve a letra da opção correta.

(A)  $6a$

(B)  $36a$

(C)  $36a^2$

(D)  $11880a^3$

## FIM DO CADERNO 1

### COTAÇÕES

1.		
1.1.	.....	8 pontos
1.2.	.....	4 pontos
1.3.	.....	6 pontos
2.		
2.1.	.....	5 pontos
2.2.1.	.....	4 pontos
2.2.2.	.....	7 pontos
3.	.....	5 pontos

---

Subtotal (Caderno 1) ..... 39 pontos



## CADERNO 2

Neste caderno, não é permitido o uso de calculadora.

Duração: 55 minutos + 20 minutos tolerância

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta.  
Escreve na folha de respostas a letra que identifica a opção escolhida.

4. Seja  $b$  um número diferente 1.

Qual das expressões seguintes é equivalente à expressão  $8^{b+2} \times \frac{1}{4^{b+3}}$  ?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A)  $2^{2b}$                       (B)  $2^b$                       (C) 2                      (D)  $\frac{1}{2}$

5. Na Figura 4 está representada parte do gráfico da função de proporcionalidade inversa  $f$ .

Considera que o ponto  $P$  se desloca ao longo do gráfico da função  $f$ .

O ponto  $Q$  acompanha o movimento do ponto  $P$ , deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que  $\overline{PO}$  permanece sempre igual a  $\overline{PQ}$ .

Seja  $A$  a função que faz corresponder à abscissa do ponto  $P$ , a área do triângulo  $[OPQ]$ .

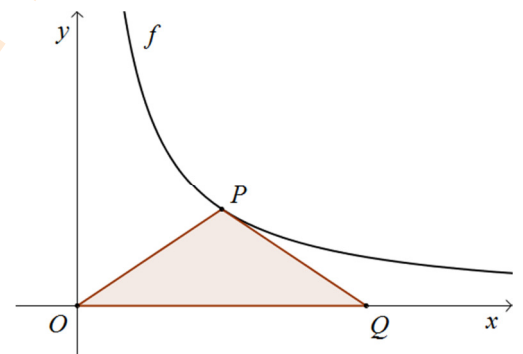
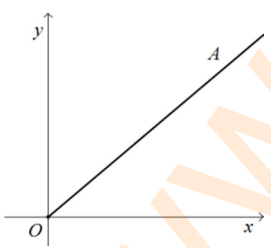
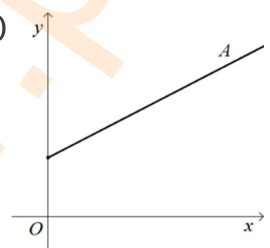
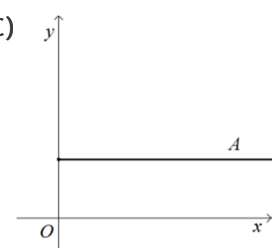
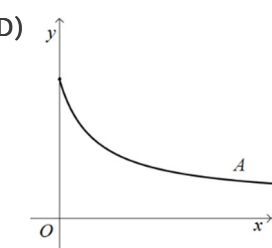


Figura 4

Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $A$  ?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A)       (B)       (C)       (D) 

6. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A)  $\sqrt{0,49}$  é um número irracional                      (B)  $-2,0(35)$  é um número irracional  
(C)  $(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})$  é um número irracional                      (D)  $(1-\sqrt{3})^2$  é um número irracional

7. Na Figura 5, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de quadrados que segue a lei de formação sugerida.

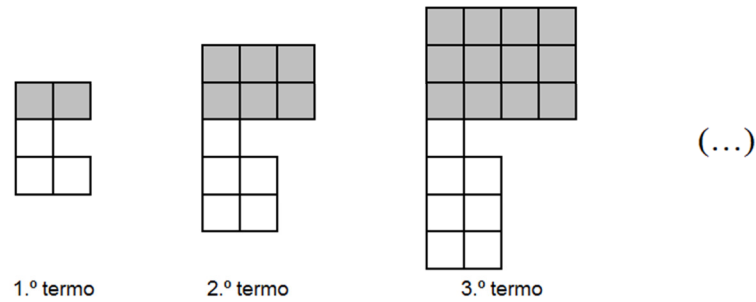


Figura 5

- 7.1. Há um termo da sequência que tem 61 quadrados brancos. Quantos quadrados cinzentos são necessários para construir esse termo? Mostra como chegaste à tua resposta.

- 7.2. Na Figura 6, está o segundo termo da sequência.

- 7.2.1. Admite que  $\overline{AB} = a$ ,  $\overline{BH} = b$  e  $\overline{AH} = c$  ( $a$ ,  $b$  e  $c$  são números naturais).

Qual é o valor da expressão  $(2a - 2b)^2 + 8ab$ ?

Transcreve a letra da opção correta.

(A)  $4c$

(B)  $2c^2$

(C)  $4c^2$

(D)  $6c^2$

- 7.2.2. Considera a translação em que o transformado do ponto  $G$  é o ponto  $T$ . Qual é, por meio dessa translação, o transformado do triângulo  $[ABH]$ ?

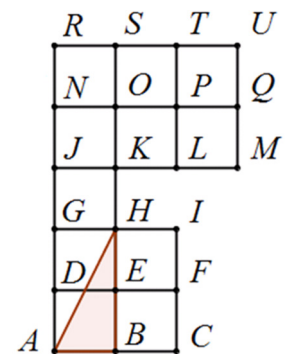


Figura 6

8. Os alunos de 9º ano de uma escola, organizados em grupos de trabalho, realizaram várias atividades de caráter interdisciplinar no dia de aniversário da escola.

O grupo do Álvaro, Inês e Tomás determinaram corretamente a concentração de iões  $H_3O^+$ , em  $mol/dm^3$  de várias substâncias aquosas, sendo uma delas sumo de limão que trouxeram de casa.

A professora de Matemática observou atentamente a atividade realizada pelos três alunos e quando chegou à aula apresentou a seguinte relação:

Admite que  $C$ , a concentração de iões  $H_3O^+$ , em  $mol$ , de  $x dm^3$  de sumo de limão que os três amigos trouxeram de casa pode ser dada por  $C = \frac{0,00501}{x}$ .

- 8.1. Indica, no contexto da situação descrita, o significado do valor 0,00501.

- 8.2. Admite que se colocou um hectolitro de sumo de limão que os três amigos trouxeram de casa num recipiente.

Determina a concentração de iões  $H_3O^+$ , em  $mol$ , existente nesse hectolitro de sumo de limão.

Apresenta o resultado em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.



9. No Dia da Matemática da escola da Leonor os alunos de uma turma de 9º ano organizaram uma exposição que tinha um conjunto de desafios matemáticos para os alunos do primeiro, segundo e terceiro ciclos realizarem.

9.1. Um grupo de alunos dessa turma ficou responsável por registar o número de desafios realizados por cada um dos alunos que visitarem a exposição e elaborar um gráfico com os dados recolhidos.

Na Figura 7, está representado esse gráfico.

Qual é a mediana do número de desafios matemáticos realizados pelos alunos que visitaram a exposição?

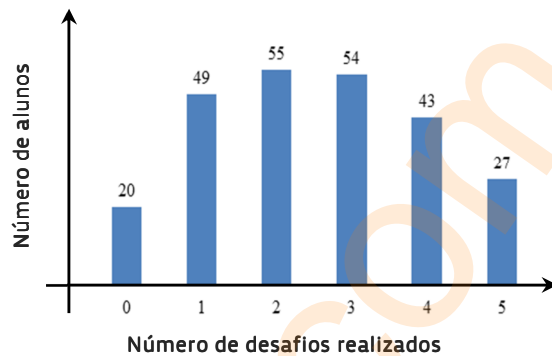


Figura 7

9.2. Um dos desafios proposto aos alunos do terceiro ciclo era o seguinte:

“A Leonor tem uma caixa que contém apenas bolas pretas e bolas vermelhas, indistinguíveis ao tato. Todas estão numeradas com números inteiros relativos.

Sabe-se que:

- duas bolas em cada cinco são vermelhas ;
- as bolas pretas têm todas um número negativo ;
- 20% das bolas vermelhas têm um número negativo ;
- 60% das bolas vermelhas têm um número positivo.

Retira-se, ao acaso, uma bola dessa caixa.

Qual é a probabilidade de essa bola ter um número não positivo?”

Resolve o desafio.

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

10. Na Figura 8, está representada uma circunferência de centro em  $O$  e parte de um dodecágono regular, cujos vértices pertencem à circunferência.

Sabe-se que:

- os pontos  $A, B, C, D, E, F, G, H$  e  $I$  são pontos da circunferência;
- os pontos  $G$  e  $I$  são pontos da mediatriz do segmento de reta  $[GI]$  ;
- o ponto  $J$  é o ponto de interseção das semirretas  $JG$  e  $JI$  ;
- o ponto  $K$  é um ponto da semirreta  $JG$  ;
- as semirretas  $JG$  e  $JI$  são tangentes à circunferência nos pontos  $G$  e  $I$ , respetivamente.

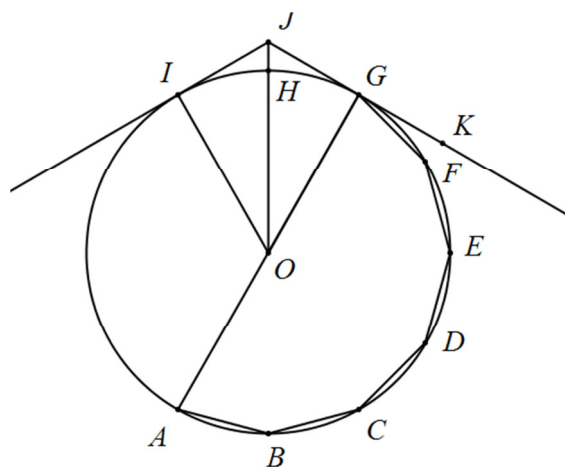


Figura 8

10.1. Determina a amplitude, em graus, do ângulo  $FGK$  .

10.2. Admite que:

- $\alpha$  é a amplitude, em graus, do ângulo  $JOI$  ;
- $\overline{AC} = 10$  e  $\overline{HJ} = 2$  .

Determina o valor exato da expressão  $12\text{sen}\alpha$  .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.



11. Considera o conjunto  $A = \{x \in \mathbb{Z} : -2 < 1 - x \leq \pi\}$ .

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

Transcreve a letra da opção correta.

(A)  $4 \in A$

(B)  $3 \in A$

(C)  $-2 \in A$

(D)  $-\pi \in A$

## FIM DA PROVA

## COTAÇÕES

	Subtotal (Caderno 1)	39 pontos
5.	.....	5 pontos
5.	.....	5 pontos
6.	.....	5 pontos
7.		
7.1.	.....	5 pontos
7.2.		
7.2.1.	.....	5 pontos
7.2.2.	.....	4 pontos
8.		
8.1.	.....	4 pontos
8.2.	.....	4 pontos
9.		
9.1.	.....	4 pontos
9.2.	.....	5 pontos
10.		
10.1.	.....	5 pontos
10.2.	.....	5 pontos
11.	.....	5 pontos

---

Subtotal (Caderno 2) ..... 61 pontos

---

TOTAL ..... 100 pontos

