

PARTE 1

Nesta parte, é permitido o uso de calculadora.

1. Na Figura 1, estão representados o prisma triangular reto $[KGLMNH]$ e o cubo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- os pontos K , F e G são pontos colineares;
- os pontos N , E e H são pontos colineares;
- o ponto J pertence ao segmento de reta $[MH]$;
- o ponto I pertence ao segmento de reta $[LG]$;
- o triângulo $[KGL]$ é retângulo no ponto L ;
- os segmentos de reta $[KL]$ e $[FI]$ são paralelos;
- a medida de volume do cubo $[ABCDEFGH]$ é 216cm^3 ;
- $\overline{KF} = 12\text{cm}$.

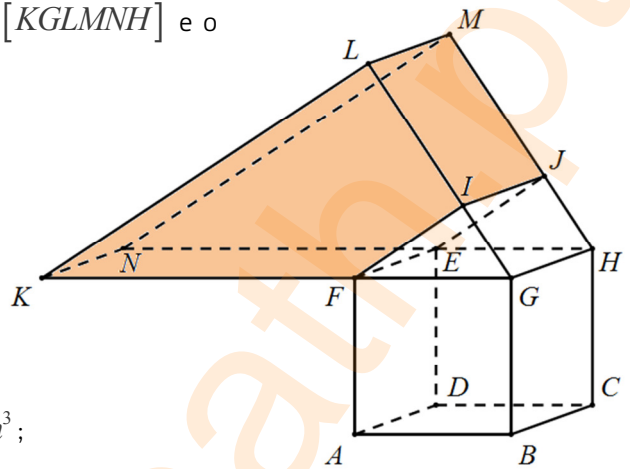


Figura 1

- 1.1. Mostra que a medida do volume do prisma reto $[KFILMNEJ]$ é $\frac{8}{9}$ da medida de volume do prisma $[KGLMNH]$.
- Sugestão:** começa por mostrar que $A_{[FGI]} = \frac{1}{9} A_{[KGL]}$.

- 1.2. Admite que $\overline{KL} = 15\text{cm}$.

Determina a medida da área lateral do prisma triangular $[FGIJEH]$.

Apresenta o resultado, em cm^2 , arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Nota: Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

2. Na Figura 2, estão representados o cubo $[ABCDEFGH]$, os prismas quadrangulares regulares retos $[CBIJKLMN]$ e $[JIOPQRST]$ e a pirâmide triangular $[EFUI]$.

Sabe-se que:

- o ponto G é o ponto médio do segmento de reta $[BM]$;
- o ponto H é um ponto do segmento de reta $[CL]$;
- o ponto R é um ponto do segmento de reta $[JK]$;
- o ponto S é um ponto do segmento de reta $[IN]$;
- o ponto U é um ponto do segmento de reta $[AD]$;
- os pontos A , B , I e O são pontos colineares;
- $\overline{AB} = \overline{BI} = \overline{IO}$ e $\overline{SI} = \frac{1}{4} \overline{IN}$.

- 2.1. Qual é a posição relativa das retas UI e TO ?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) Estritamente paralelas
(B) Concorrentes perpendiculares
(C) Concorrentes não perpendiculares
(D) Não coplanares

- 2.2. Seja Z um ponto da aresta $[BC]$.

Justifica a afirmação: "O plano definido pelas retas ZJ e ZP é estritamente paralelo ao plano FEH ."

- 2.3. Indica a posição relativa da reta MK e do plano RTO .

- 2.4. Supõe agora que a medida do volume da pirâmide triangular $[EFUI]$ é 1944cm^3 .

Determina a medida, em cm^3 , do volume do prisma quadrangular regular reto $[CBIJKLMN]$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

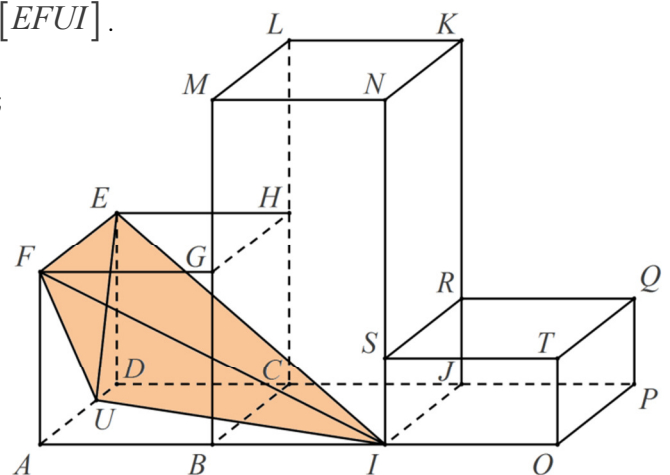


Figura 2

- (A) Estritamente paralelas
(B) Concorrentes perpendiculares
(C) Concorrentes não perpendiculares
(D) Não coplanares

3. Considera o conjunto $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : 2 - \frac{3(2x-1)}{5} \leq -0, 2x \wedge x < 4 \right\}$.

Escreve um número irracional pertencente ao conjunto A .
Mostra como chegaste à tua resposta.

4. Na Figura 3, estão representados, num referencial cartesiano, partes dos gráficos das funções quadráticas f e h e da função afim g , o trapézio retângulo $[OABC]$ e o retângulo $[ODEF]$.

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- h é uma função definida por $h(x) = ax^2$, com $a \neq 0$;
- os pontos A e B são pontos do gráfico da função f ;
- o ponto A é um ponto de interseção dos gráficos das funções f e g ;
- o ponto D é o ponto de interseção do gráfico da função g com o eixo Oy ;
- o ponto C é um ponto do semieixo negativo Ox ;
- o ponto F é um ponto do semieixo positivo Ox ;
- o ponto E é um ponto do gráfico da função h .

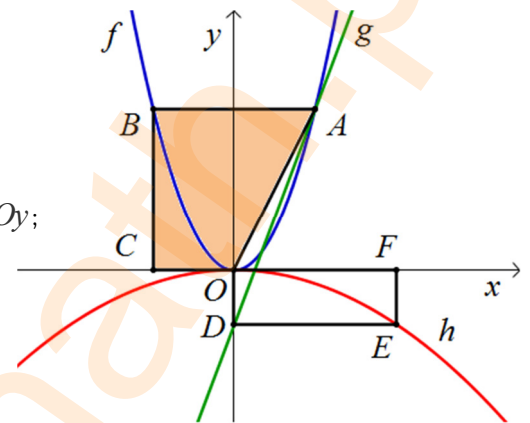


Figura 3

- 4.1. Admite que:

- o ponto E tem de coordenadas $(10, -3)$;
- o ponto R é o ponto médio do segmento de reta $[DE]$;
- o ponto S é a imagem do ponto E por uma reflexão relativamente ao eixo Oy ;
- o ponto T é o transformado do ponto S por uma translação associada ao vetor \overrightarrow{OR} .

Determina a medida de comprimento da circunferência de centro no ponto T e que contém a origem do referencial.
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- 4.2. Supõe agora que:

- a função f é uma função definida por $f(x) = \frac{2}{3}x^2$;
- a função g é uma função definida por $g(x) = \frac{8}{3}x - 2$.

- 4.2.1. Determina a medida da área do trapézio $[OABC]$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- 4.2.2. Admite que a medida do perímetro do retângulo $[ODEF]$ é 16.

Escreve a expressão algébrica da função h .
Mostra como chegaste à tua resposta.

- 4.2.3. Determina para que valores reais de k a equação $f(x) + 3k = g(x)$ não admite soluções reais.

Apresenta a tua resposta na forma de intervalo de números reais.
Mostra como chegaste à tua resposta.

5. Considera a afirmação seguinte:

“Para que duas retas distintas r e s definam um plano é condição suficiente/necessária que sejam concorrentes.”

Na afirmação dada riscas uma das palavras “necessária” ou “suficiente” de modo a obteres uma afirmação verdadeira.
Justifica a tua opção.

6. Sabe-se que:

- a função f é uma função de proporcionalidade inversa definida por $f(x) = \frac{36}{x}$ ($x > 0$);
- o ponto A é um ponto do gráfico da função f e tem de coordenadas (a, b) .

Determina o valor da expressão seguinte $(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})^2 - \left(\frac{1}{a^3}\right)^4 \times a^{13} - \frac{(-2b^4)^2}{b^7}$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

