Caderno 1

1.1. (C). Nota: como a turma tem 28 alunos (número par), a mediana corresponde à média dos valores das $14.^a$ e $15.^a$ idades ordenadas, $7\ 7\ 7\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ \boxed{8\ 9}\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9$,

ou seja, $mediana = \tilde{x} = \dfrac{8+9}{2} = 8,5$.

1.2. 7 anos. Nota: este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos diferentes.

1º Processo: como os dois novos alunos têm a mesma idade, admitindo que x representa a idade dos alunos novos temos:

$$\overline{x} = 8,3 \Leftrightarrow \frac{3\times 7 + 11\times 8 + 14\times 9 + 2\times x}{30} = 8,3 \ \Leftrightarrow 21+88+126+2x = 249 \Leftrightarrow 2x = 249-235$$

$\Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow x = 7$.

2º Processo: como a turma passou a ter 30 alunos e a média das suas idades é de $8,3$ concluímos que a soma das idades dos 30 alunos é 249. Como a soma das idades dos 28 alunos era 235 ($3\times 7 + 11\times 8 + 14\times 9 = 235$), a soma das idades dos dois novos alunos é 14. Então, os dois novos alunos tinham 7 anos.

2. **2.1.** $2,8\,dm$. Nota: $V_{Sólido} = 196\,dm^3$, $A_{base} = A_{\odot} = \pi\times 3^2 = 9\pi\ dm^2$. Deste modo: $V_{Cilindo} + V_{Cone} = 196$

$\Leftrightarrow 9\pi\times 6 + \dfrac{1}{3}\times 9\pi\times h = 196 \Leftrightarrow\ \Leftrightarrow 54\pi + 3\pi\, h = 196 \Leftrightarrow\ h = \dfrac{196-54\pi}{3\pi} \Leftrightarrow\ \ h \simeq 2,8\ dm$.

2.2. **2.2.1.** $7\,m^2$. Nota: pelo Teorema de Pitágoras podemos determinar a altura do triângulo $[GHO]$

$x^2 + 1,5^2 = 5^2 \Leftrightarrow x^2 = 25 - 2,25 \Leftrightarrow x^2 = 22,75 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{22,75} \Rightarrow x = \sqrt{22,75}$ (comprimento),

deste modo $A_{\triangle} = \dfrac{3\times\sqrt{22,75}}{2} = 1,5\sqrt{22,75} \simeq 7\,m^2$.

2.2.2. (C)

Caderno 2

3. 5^{-2}. Nota: $\dfrac{1}{25} = \dfrac{1}{5^2} = 5^{-2}$.

4. (B).

5. (B). Nota: $-0,03$ pode ser escrito como $-0,030$ e $-0,02$ como $-0,020$, deste modo é fácil verificar que $-0,025$ é a resposta correta nesta questão.

6. $\dfrac{4}{6}$ ou $\dfrac{2}{3}$. Nota: casos possíveis (6): $7(1\times 7\times 1)$, $2(1\times 2\times 1)$, $15(3\times 1\times 5)$, $3(1\times 1\times 3)$, $14(7\times 2\times 1)$, $5(1\times 1\times 5)$; casos favoráveis (4): 2, 3, 5, 7; $p(produto\ ser\ um\ número\ primo) = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

7. 110. Nota: o termo geral da sequência do número de círculos brancos é n, logo é o décimo termo da sequência que tem 10 círculos brancos. O termo geral da sequência do número de círculos pretos é n^2, logo o décimo termo terá 100 círculos pretos. Deste modo, para se construir o décimo termo da sequência são necessários 110 círculos ($10^2+10=110$) – termo geral da sequência do número total de quadrados n^2+n.

8. 8.1. (D). Nota: o gráfico da função f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas, logo $f(-3)=f(3)=5$.

8.2. 10. Nota: como o ponto $B(3,5)$ é um ponto do gráfico da função g podemos concluir que $k=3\times5=15$ (constante de proporcionalidade inversa), logo g é definida por $g(x)=\frac{15}{x}$. Deste modo, como o ponto $C(c;1,5)$ também pertence ao gráfico da função g terá de ter coordenadas cujo produto seja igual a 15, isto é, $c\times1,5=15$, ou seja, $c=10$ (**ou** como o ponto $C(c;1,5)$ pertence ao gráfico da função g terá de verificar a sua expressão algébrica logo $1,5=\frac{15}{c}\Leftrightarrow c=\frac{15}{1,5}\Leftrightarrow c=10$).

9. 9.1. A expressão $7x$ representa o custo, em euros, dos bilhetes dos sete adultos que foram ao circo.

9.2. $\begin{cases}7x+4y=172\\8x+3y=184\end{cases}$ **ou** $\begin{cases}7x+4y=172\\x-y=12\end{cases}$ **ou** $\begin{cases}8x+3y=184\\x-y=12\end{cases}$.

10. $S=\{-7,0\}$. Nota: este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos diferentes.

1.º Processo (lei do anulamento do produto): $(x+2)^2=4-3x\Leftrightarrow x^2+4x+4=4-3x\Leftrightarrow x^2+7x=0$ $\Leftrightarrow x(x+7)=0\Leftrightarrow x=0\ \vee\ x+7=0\Leftrightarrow x=0\vee x=-7$.

2.º Processo: $(x+2)^2=4-3x\Leftrightarrow x^2+4x+4=4-3x\Leftrightarrow x^2+7x=0$, pela **Fórmula Resolvente** como $a=1$, $b=7$ e $c=0$ obtemos $x=\frac{-7\pm\sqrt{49}}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-7\pm7}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-7+7}{2}\ \vee\ x=\frac{-7-7}{2}\Leftrightarrow\ x=0\ \vee\ x=-7$.

11. 11.1. O e A **ou** O e C **ou** A e C (escolher 2 dos três pontos que pertencem à mediatriz de $[BD]$: O, A e C).

11.2. $\overset{\frown}{FD}=60°$. Nota: a amplitude, em graus, do ângulo EAF é $50°$, dado que este ângulo está inscrito na circunferência e o seu arco correspondente é EF, concluiu-se que a amplitude do arco EF é $100°$ (o dobro da amplitude do ângulo inscrito correspondente). Como o segmento de reta $[BD]$ é um diâmetro da circunferência e a amplitude do arco BE é $20°$ concluiu-se que:

$\overset{\frown}{FD}=\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{EF}-\overset{\frown}{BE}=180°-100°-20°=60°$.

12. 12.1. Os triângulos $[ABC]$ e $[AED]$ são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais: os ângulos BCA e EDA são retos e os ângulos CAB e EAD são ângulos de lados paralelos ambos agudos, ou seja, têm a mesma amplitude. (critério aa).

12.2. $\overline{AC}=12\,cm$. Nota: este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos diferentes.

1.º Processo: começa por desenhar os triângulos $[ABC]$ e $[AED]$ separadamente e identificar os lados correspondentes. Por serem semelhantes conclui-se que $\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$, ou seja, $\frac{15}{5}=\frac{\overline{AC}}{4}\Leftrightarrow\overline{AC}=12$.

2.º Processo: como os triângulos $[ABC]$ e $[AED]$ são semelhantes e o triângulo $[ABC]$ é uma ampliação de razão 3 ($r_{ampliação}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\frac{15}{5}=3$) do triângulo $[AED]$, concluímos que $\overline{AC}=3\times\overline{AD}\Leftrightarrow\overline{AC}=3\times4\Leftrightarrow\overline{AC}=12$.