PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

CADERNO 1

1. $k = 5 \times 21 = 105$ (Constante de Proporcionalidade Inversa)

Como o ponto Q pertence ao gráfico da função de proporcionalidade inversa terá de ter coordenadas cujo produto seja igual a 105.

$17 \times 9 = 153$ ✗ | $19 \times 7 = 133$ ✗ | $33 \times 5 = 165$ ✗ | $35 \times 5 = 1$ ✔

Resposta: (D)

2. 45% de 1700 milhões de euros

$0,45 \times 1700 = 765$ milhões de euros $= 765\ 000\ 000\ € = 7,65 \times 10^8\ €$

3. Aplicando o Teorema de Tales podemos concluir que:

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{8}{4,5} = \frac{9,6}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{4,5 \times 9,6}{8} \Leftrightarrow \overline{BD} = 5,4\ cm$$

4. 4.1. AF (por exemplo). Respostas alternativas: BG ou CH ou DE.

4.2. Seja h a medida do comprimento da altura do prisma e do cilindro.

$$V_{\text{Prisma}} - V_{Cilindro} = 3000 \Leftrightarrow 20 \times 20 \times h - \pi \times 10^2 \times h = 3000 \Leftrightarrow 400h - 100\pi h = 3000$$

$$\Leftrightarrow h(400 - 100\pi) = 3000 \Leftrightarrow h = \frac{3000}{400 - 100\pi} \Leftrightarrow h \simeq 35\ cm$$, ou seja, $\overline{CH} \simeq 35\ cm$.

5. Usando a trigonometria podemos começar por determinar $\overline{TC}$ e depois usar esse valor para determinar $\overline{CR}$.

$$\tan 60° = \frac{\overline{TC}}{25,6} \Leftrightarrow \overline{TC} = 25,6 \tan 60° \Leftrightarrow \overline{TC} = 25,6\sqrt{3}\ m$$

$$\tan 45° = \frac{25,6\sqrt{3}}{\overline{CR}} \Leftrightarrow \overline{CR} = \frac{25,6\sqrt{3}}{\tan 45°} \Leftrightarrow \overline{CR} = 25,6\sqrt{3}\ m$$

$$\overline{MR} = \overline{MC} + \overline{CR} = 25,6 + 25,6\sqrt{3} \simeq 70\ m$$

6. Para que o intervalo $A = \left[1, \sqrt{n}\right[$ tenha exatamente 28 números naturais, o intervalo $[1, 28]$ terá de estar contido em A. Como o intervalo é aberto à direita e $28^2 = 784$ é necessário acrescentar mais uma unidade de forma a que o número 28 esteja incluído no intervalo A (nota: $\sqrt{785} = 28,0178514...$). Deste modo, o menor valor de n que satisfaz o pretendido é $n = 28^2 + 1 = 784 + 1 = 785$.

CADERNO 2

7. A dimensão da amostra é de 40 alunos, logo dividindo em 4 partes iguais podemos concluir que o 1.º quartil (Q_1) é obtido fazendo a média entre os valores que se encontram na 10.º e na 11.º posição depois de ordenados por ordem crescente, ou seja, $Q_1 = \frac{14+14}{2} = 14$.

12 12 13 13 13 13 13 13 13 14 | 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 | 14 14 14 14 14 14 14 14 14 15 | 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15

Q_1 $\qquad$ $Q_2 = \tilde{x}$ $\qquad$ Q_3

Resposta: (C)

8. 8.1. $p(Beatriz\ vencer) = \frac{1}{6}$.

Nota: nas 6 possibilidades que existem a Beatriz só vence se sair o número 5.

8.2. Utilizando uma tabela de dupla entrada (ver imagem ao lado) podemos concluir que $p(António\ vencer) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

António \ Beatriz	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	**(2,1)**	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	**(3,1)**	**(3,2)**	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	**(4,1)**	**(4,2)**	**(4,3)**	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	**(5,1)**	**(5,2)**	**(5,3)**	**(5,4)**	(5,5)	(5,6)
6	**(6,1)**	**(6,2)**	**(6,3)**	**(6,4)**	**(6,5)**	(6,6)

9. $q < r \Leftrightarrow 2q < 2r \Leftrightarrow -2q > -2r$

Resposta: (B)

10. De acordo com esta propriedade, a soma dos n primeiros números ímpares é igual a n^2. Deste modo, a soma dos 80 primeiros números ímpares é igual a $80^2 = 80 \times 80 = 6400$.

11. A expressão algébrica que define a função afim f é do tipo $f(x) = ax + b$. Como $(0,-1)$ é um ponto do gráfico da função podemos concluir que a ordenada na origem é igual a -1, ou seja, $b = -1$. O valor do declive pode ser calculado da seguinte forma: $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{5-0} = \frac{2}{5}$.

Desta forma, podemos concluir que $f(x) = \frac{2}{5}x - 1$.

12. $\frac{8^{30}}{2^{30}} \times (-1)^{40} = \left(\frac{8}{2}\right)^{30} \times 1 = 4^{30} = \left(2^2\right)^{30} = 2^{60}$

13. $$\begin{cases} h = \frac{1}{4}m \\ h + 2 = \frac{1}{3}(m+3) \end{cases}$$

14. $x^2+3(x-2)=x-3 \Leftrightarrow x^2+3x-6-x+3=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \quad (a=1;\ b=2;\ c=-3)$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-2+4}{2} \vee x=\frac{-2-4}{2} \Leftrightarrow x=\frac{2}{2} \vee x=\frac{-6}{2} \Leftrightarrow x=1 \vee x=-3$$

$S=\{-3,1\}$

15. $\frac{x-1}{6}\le\underset{(\times2)}{\frac{5x-1}{3}} \Leftrightarrow \frac{x-1}{6}\le\frac{10x-2}{6} \Leftrightarrow x-1\le10x-2 \Leftrightarrow x-10x\le-2+1 \Leftrightarrow -9x\le-1 \Leftrightarrow x\ge\frac{-1}{-9} \Leftrightarrow x\ge\frac{1}{9}$

$S=\left[\frac{1}{9},+\infty\right[$

16. $A_{\square}=l_{\square}^2=\left(\overline{OA}+\overline{AB}\right)^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Resposta: (A)

17. **17.1.** Tendo em conta que o triângulo $[MPO]$ é rectângulo em P, dado que uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência, e que $O\hat{M}N=15°$ podemos concluir que $M\hat{O}P=180°-90°-15°=75°$. Uma vez que o ângulo MOP é um ângulo ao centro sabemos que a amplitude do arco correspondente será a mesma, ou seja, $\overset{\frown}{QP}=75°$.

Resposta: (B)

17.2. Como o triângulo $[LMN]$ é rectângulo em P (uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência), usando o Teorema de Pitágoras obtemos:

$\overline{ON}^2=\overline{OP}^2+\overline{PN}^2 \Leftrightarrow \overline{ON}^2=\sqrt{3}^2+3^2 \Leftrightarrow \overline{ON}^2=3+9 \Leftrightarrow \overline{ON}^2=12 \Rightarrow \overline{ON}=\sqrt{12}$, dado que se trata de um comprimento, logo $\overline{ON}=\sqrt{12}$ ou $2\sqrt{3}$.

17.3. As bissectrizes dos ângulos internos de um triângulo intersectam-se num ponto chamado **incentro**. Este ponto está à mesma distância dos lados do triângulo em causa e é o centro de uma circunferência inscrita no mesmo.

Resposta: (C).