REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

INFORMAÇÃO-PROVA

MATEMÁTICA A

2018

Prova 635

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho)

INFORMAÇÃO COMPLEMENTAR

Na sequência da Informação-Prova do exame final nacional de Matemática A – 635, de 2018, publicada em provas.iave.pt/np4/163.html, em 17 de outubro passado, e conforme indicado oportunamente, prestam-se agora esclarecimentos adicionais.

A prova de Matemática A de 2018 irá apresentar **uma única versão** e é constituída por **dois cadernos** (**Caderno 1** e **Caderno 2**). A prova integra oito itens de escolha múltipla, distribuídos pelos dois cadernos, alguns dos quais em alternativa, e doze itens de resposta restrita. Os itens em alternativa permitem ao aluno identificar qual o referencial que sustenta a sua conceção. Com exceção dos itens em alternativa, todos os restantes itens incidem nas componentes comuns ao Programa e Metas Curriculares de Matemática A e aos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002.

Os itens em alternativa estarão identificados nas provas da seguinte forma: P2001/2002 (Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002) e PMC2015 (Programa e Metas Curriculares de Matemática A, homologado em 2015). Em cada conjunto de itens apresentados em alternativa, o aluno pode optar por qualquer um dos itens, independentemente do referencial curricular em que se enquadrou o seu percurso de aprendizagem. Assim, recomenda-se que os alunos estejam devidamente informados desta situação (que, reitera-se, será claramente assinalada nas provas).

No que diz respeito aos domínios/temas, "Estatística" e "Primitivas e Cálculo Integral" não serão objeto de avaliação nas provas de 2018[(1)]. O domínio "Lógica e Teoria dos Conjuntos" será objeto de avaliação de modo idêntico ao dos anos anteriores. Esta opção resultou de este ser um tema transversal no Programa de 2001 e 2002 e de também assim ser considerado no documento «Orientações de Gestão Curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática A», no qual se pode ler «…*um tema transversal que ajuda os alunos a adotar uma linguagem e um raciocínio matemáticos rigorosos*». O mesmo acontece com a avaliação dos conteúdos "Radicais" e "Potências de expoente racional", integrados no domínio "Álgebra".

Os conteúdos que podem ser objeto de avaliação na forma de itens em alternativa são os que se apresentam no Quadro «Conteúdo das componentes específicas», que consta da Informação-Prova. Os conteúdos específicos relativos aos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002, apresentados nesse quadro, são os que não se integram no Programa e Metas Curriculares de Matemática A. Relativamente a este programa, os conteúdos apresentados foram selecionados de modo a que as componentes específicas passíveis de avaliação em alternativa na prova de 2018 fossem em igual número, considerando os dois programas.

No que diz respeito às especificidades próprias dos dois programas, nomeadamente no que se refere a definições e notações distintas, estas serão acauteladas na construção dos itens e nos respetivos critérios específicos de classificação. Enquadram-se nestes casos, por exemplo, a definição de limite segundo Heine e a escrita de um número complexo na forma trigonométrica.

Recomenda-se ainda a leitura do documento «Esclarecimentos adicionais à Informação-Prova de Matemática A (635) de 2018».

Apresentam-se, nas páginas seguintes, exemplos de itens que ilustram as informações atrás transmitidas.

(1) Também não serão objeto de avaliação os seguintes conteúdos:

- Resolução de problemas envolvendo operações lógicas sobre proposições.
- Resolução de problemas envolvendo operações com radicais de índice superior a três.
- Inequações trigonométricas.
- Equações vetoriais e sistemas de equações paramétricas de planos.
- $\lim_n \sqrt[n]{a} \; (a > 0)$
- Teorema da probabilidade total.
- Teoremas de comparação envolvendo desigualdades entre funções e os respetivos limites.
- Teorema das funções enquadradas.
- Interpretação cinemática da derivada de segunda ordem de uma função posição: aceleração média e aceleração; unidades de medida de aceleração.
- Os osciladores harmónicos como soluções de equações diferenciais da forma $f'' = -\omega^2 f$; relação com a segunda lei de Newton e com a lei de Hooke.
- Funções exponenciais e logarítmicas de base compreendida entre 0 e 1
- Resolução da equação diferencial $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$

Exemplos de itens

Itens em alternativa

Caderno 1

1.1.	**1.2.**
P2001/2002	PMC2015

1.1. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(X > 1 \mid X \leq 3)$?

(A) $\frac{3}{4}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{8}{9}$ **(D)** $\frac{5}{9}$

1.2. Um ponto P desloca-se numa reta numérica durante um intervalo de tempo I, de tal forma que a respetiva abcissa é dada por $x(t) = 4\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{5}\right)$, com $t \in I$

Qual é a frequência deste oscilador?

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{1}{5}$ **(D)** $\frac{1}{6}$

Caderno 2

9.1.	9.2.
P2001/2002	PMC2015

9.1. Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de valor médio 10

Sabe-se que $P(7 < X < 10) = 0{,}3$

Qual é o valor de $P(X > 13)$?

(A) $0{,}1$ **(B)** $0{,}2$ **(C)** $0{,}3$ **(D)** $0{,}4$

9.2. Seja f a função definida por $f(x) = 1 + \arccos(-2x)$

Quais são, respetivamente, o domínio e o contradomínio desta função?

(A) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ e $[1, 1+\pi]$

(B) $[-2, 2]$ e $[0, \pi]$

(C) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ e $[0, \pi]$

(D) $[-2, 2]$ e $[1, 1+\pi]$

Nota – Nos itens em alternativa, o aluno pode optar por responder a qualquer dos itens, independentemente do referencial curricular em que se enquadrou o seu percurso de aprendizagem.

Assim, no caso dos exemplos apresentados, o aluno poderia fazer as seguintes opções de resposta: **1.1.** e **9.1.**, **1.2.** e **9.2.**, **1.1.** e **9.2.** e **1.2.** e **9.1.**

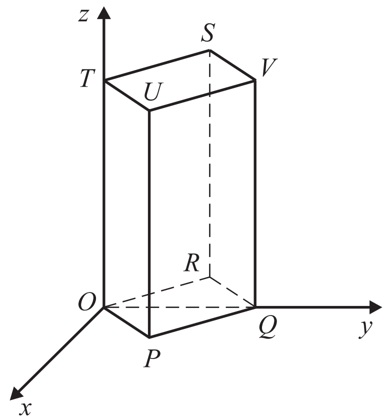
Componentes comuns com critérios comuns

Caderno 1

Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OPQRSTUV]$

Sabe-se que:

- a face $[OPQR]$ está contida no plano xOy
- o vértice Q pertence ao eixo Oy e o vértice T pertence ao eixo Oz



Escolhem-se, ao acaso, três vértices do prisma.

Determine a probabilidade de o plano definido por esses três vértices ser perpendicular ao plano xOy

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Critério específico

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Apresentar o número de casos possíveis: ${}^{8}C_3$ (**ver nota 1**) ....

Apresentar o número de casos favoráveis: $6 \times {}^{4}C_3$ (**ver nota 2**) ....

Obter a probabilidade pedida $\left(\frac{3}{7}\right)$ (**ver nota 4**) ....

2.º Processo

Apresentar o número de casos possíveis: ${}^{8}A_3$ (**ver nota 1**) ....

Apresentar o número de casos favoráveis: $6 \times {}^{4}A_3$ (**ver nota 3**) ....

Obter a probabilidade pedida $\left(\frac{3}{7}\right)$ (**ver nota 4**) ....

Notas:

1. Se a expressão apresentada não for equivalente a ${}^{8}C_3$ (1.º processo de resolução) ou a ${}^{8}A_3$ (2.º processo de resolução), a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
2. Se a expressão apresentada for ${}^{4}C_3$, a pontuação a atribuir nesta etapa é ... pontos. Caso a expressão apresentada seja do tipo $k\,{}^{4}C_3$, com $k \in \{2, 3, 4, 5\}$, a pontuação a atribuir nesta etapa é ... pontos. Caso a expressão apresentada seja incorreta e diferente das expressões referidas, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

3. Se a expressão apresentada for ${}^4A_3$, a pontuação a atribuir nesta etapa é ... pontos. Caso a expressão apresentada seja do tipo $k\,{}^4A_3$, com $k \in \{2, 3, 4, 5\}$, a pontuação a atribuir nesta etapa é ... pontos. Caso a expressão apresentada seja incorreta e diferente das expressões referidas, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

4. Se as etapas relativas ao número de casos possíveis e ao número de casos favoráveis tiverem sido pontuadas com 0 pontos, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos. Caso o valor obtido não pertença ao intervalo $[0, 1]$, a pontuação a atribuir nesta etapa também é 0 pontos.

Componentes comuns com critérios diferenciados

Caderno 2

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja

$$z_1 = (1+i)^6 \quad \text{e} \quad z_2 = \frac{8i}{\cos\left(-\frac{6\pi}{5}\right) + i\,\text{sen}\left(-\frac{6\pi}{5}\right)}$$

Sabe-se que os afixos (imagens geométricas) dos complexos z_1 e z_2 são vértices consecutivos de um polígono regular de n lados, com centro na origem do referencial.

Determine o valor de n

Critério específico

<u>Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, 2001/2002</u>

Escrever z_1 na forma trigonométrica ....

Escrever $1 + i = \sqrt{2}\ \text{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ....

Escrever $z_1 = \left(\sqrt{2}\,\text{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)^6$ ....

Escrever $z_1 = 8\,\text{cis}\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ ....

Escrever z_2 na forma trigonométrica ....

Escrever $8i = 8\ \text{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ....

Escrever $z_2 = 8\ \text{cis}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{6\pi}{5}\right)$ ....

Escrever $z_2 = 8\ \text{cis}\left(\frac{17\pi}{10}\right)$ ....

Reconhecer que $\frac{17\pi}{10} - \frac{3\pi}{2} = \frac{2\pi}{n}$ (ou equivalente) ....

Obter o valor de n (10) ....

Programa e Metas Curriculares de Matemática A, 2015

Escrever z_1 na forma trigonométrica ....

Escrever $1+i=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ ....

Escrever $z_1=\left(\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^6$ ....

Escrever $z_1=8e^{i\frac{3\pi}{2}}$ ....

Escrever z_2 na forma trigonométrica ....

Escrever $8i=8e^{i\frac{\pi}{2}}$ ....

Escrever $z_2=8e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\frac{6\pi}{5}\right)}$ ....

Escrever $z_2=8e^{i\frac{17\pi}{10}}$ ....

Reconhecer que $\frac{17\pi}{10}-\frac{3\pi}{2}=\frac{2\pi}{n}$ (ou equivalente) ....

Obter o valor de n (10) ....