

## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B DO ENSINO SECUNDÁRIO (CÓDIGO DA PROVA 735) – 1.<sup>a</sup> FASE – 25 DE JUNHO 2018

### Grupo I

1.

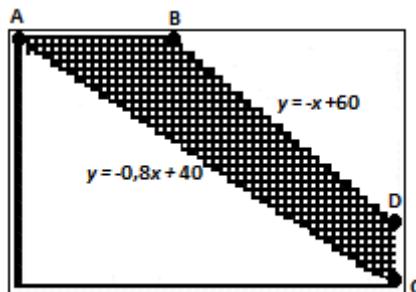
**1.1.** Analisando o sistema de restrições conclui-se que o valor mínimo investido é 1 800 euros porque  $36x + 45y \geq 1800$  e que a área total do terreno é de 60 há, visto  $x + y \leq 60$

**1.2.** A função objetivo é o lucro obtido com o lucro por cada hectare de vinha da casta touriga,  $x$  e com o lucro por cada hectare de vinha da casta franca,  $y$ :  $L(x,y) = 350x + 200y$ .

Introduzir na calculadora as expressões:

- $x + y \leq 60 \Leftrightarrow y \leq -x + 60$
- $36x + 45y \geq 1800 \Leftrightarrow 0,8x + y \leq 40$  (dividindo os termos da desigualdade por 45. Na calculadora introduzir a expressão  $y \leq -0,8x + 40$ )

Representação gráfica da região admissível

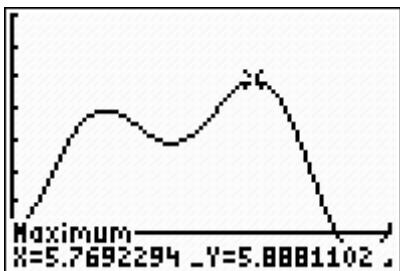


Vértice	$x$	$y$	$L(x,y) = 350x + 200y$
A	0	40	8 000
B	20	40	15 000
C	50	0	17 500
D	<b>50</b>	<b>10</b>	<b>19 500</b>

Solução do problema:  $x = 50$ ,  $y = 100$

O lucro máximo possível 19 500€, obtém-se cultivando 50 hectares de vinha da casta touriga nacional e 10 hectares de vinha da casta touriga franca.

2. Começar por introduzir a função na calculadora



Determinar um valor aproximado do máximo da função neste intervalo, aproximadamente 5,888

$$N = 5,888 - 1 = 4,888$$

Resposta: N = 4,9 metros.

3. Calcular  $P(X < 450)$  utilizando a calculadora.  $P(X < 450) \approx 0,02275$

$$1500 \times 0,02275 = 34,125$$

Resposta: Espera-se que, aproximadamente, 34 embalagens tenham menos de 450 gramas.

## Grupo II

- 1.

n.º do expositor	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantidade de garrafas	1	3	6	10	15	21	28	36

- 1.1. O oitavo expositor tem 36 garrafas.

- 1.2. Numa progressão aritmética é constante a diferença entre quaisquer dois termos consecutivos.  $6 - 3 \neq 3 - 1$ , logo não é uma progressão aritmética.

Numa progressão geométrica é constante a razão entre quaisquer dois termos consecutivos.

$\frac{6}{3} \neq \frac{3}{1}$ , logo não é uma progressão geométrica.

2. Criaram-se duas listas na calculadora, de acordo com os dados fornecidos:

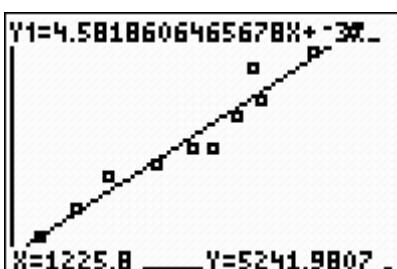
L1	L2	L3	1
594.2	2341	-----	
664.6	2723		
736.3	3206.5		
904.2	3611.1		
830	3345.7		
940.5	3619.7		
992.6	4077.3		

**L1(1)=594.2**

Utilizando na calculadora a função LinReg (regressão linear) determinaram-se os valores  $a$  e  $b$ , parâmetros da equação da reta de regressão linear

```
LinReg
y=ax+b
a=4.581860647
b= -374.4640681
```

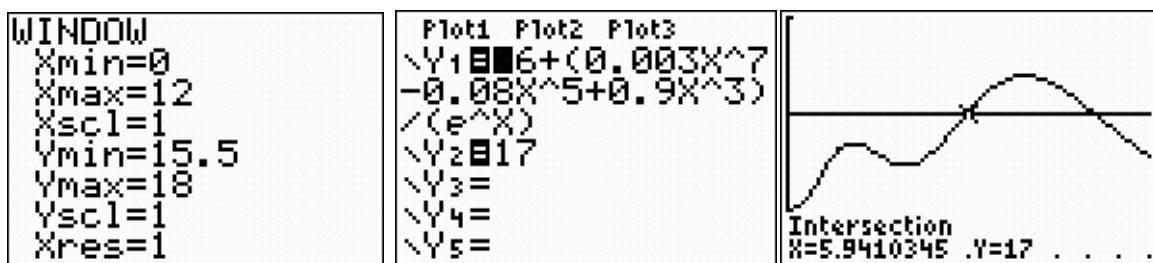
Representou-se a reta de regressão e calculou-se a imagem de 1225,8



Resposta: O valor estimado para as exportações é de 5242 milhões de euros.

### Grupo III

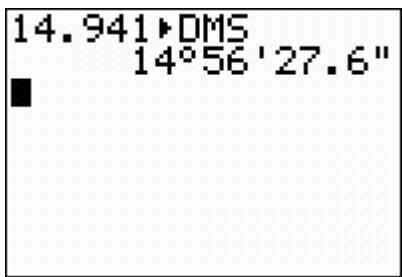
- 1.



Aproximadamente 5,941 horas após as 9 horas a temperatura na cave atinge os 17°.

$$9+5,941 = 14,941.$$

Converter o resultado em horas e minutos recorrendo à calculadora:



Resposta: Aproximadamente às 14 horas e 56 minutos a temperatura na cave atinge pela primeira vez os  $17^\circ$ .

**2.**

**2.1.**  $T(x) = \frac{57}{ax^2 + bx + 3,3}$ ,  $0 \leq x \leq 12$

$$T(0) = \frac{57}{a \times 0^2 + b \times 0 + 3,3} = \frac{57}{3,3} \approx 17,27$$

Resposta: A temperatura na cave no instante em que a avaria foi detetada era de  $17,3^\circ$ .

**2.2.**  $V(1) \approx 0,5$ , significa que às 10 horas a temperatura da cave está a aumentar cerca de  $0,5^\circ$  por hora.

**2.3.** Como o início da recolha da temperatura se dá às 9h,

$$16 - 9 = 7$$

$$22 - 9 = 13$$

$$\begin{cases} T(7) = 20 \\ T(13) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{57}{a \times 7^2 + 7b + 3,3} = 20 \\ \frac{57}{a \times 13^2 + 13b + 3,3} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{57}{49a + 7b + 3,3} = 20 \\ \frac{57}{169a + 13b + 3,3} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 57 = 20 \times (49a + 7b + 3,3) \\ 57 = 20 \times (169a + 13b + 3,3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 57 = 980a + 140b + 66 \\ 57 = 3380a + 260b + 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = 980a + 140b \\ -9 = 3380a + 260b \end{cases}$$

Utilizando a resolução de sistemas na calculadora obtém-se

$$\begin{cases} a = \frac{9}{1820} \\ b = -\frac{9}{91} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \approx 0,0049 \\ b \approx -0,0989 \end{cases}$$

Arredondando às milésimas,  $a \approx 0,005$  e  $b \approx -0,1$

Resposta:  $a \approx 0,005$  e  $b \approx -0,1$ .

## Grupo IV

1.

### 1.1.

Determinemos o valor de  $j$ . Para isso, vamos aplicar o teorema de

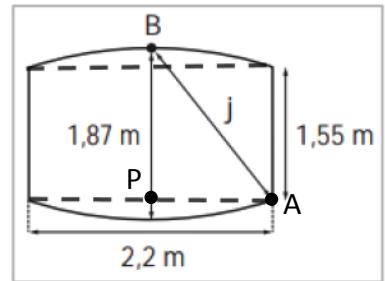
Pitágoras ao triângulo retângulo [ABP]. Temos que  $\overline{AP} = \frac{2,2}{2} = 1,1\text{m}$

$$\text{e } \overline{BP} = 1,87 - \frac{1,87 - 1,55}{2} = 1,71\text{m.}$$

Logo  $j^2 = 1,1^2 + 1,71^2 \Leftrightarrow j^2 = 4,1341$ , pelo que

$$j = \sqrt{4,1341}; 2,03\text{m}$$

Assim, a capacidade do barril é dada por  $C = 2,03^3 \times 605; 5061,08$  litros. Logo, como  $5061,08 > 5000$ , é possível armazenar 5000 litros de vinho no barril.



### 1.2.

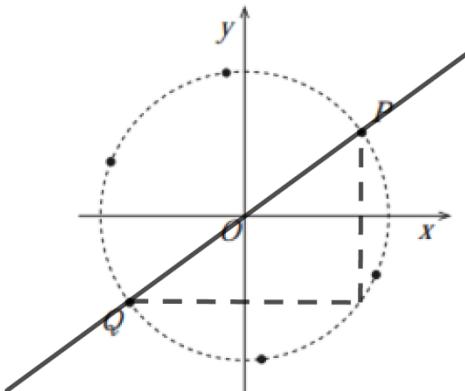
Como Q é simétrico do ponto P relativamente à origem, o ponto Q tem coordenadas

$$Q(-0,620; -0,465).$$

A reta PQ passa na origem do referencial, pelo que a ordenada na origem é 0.

Determinemos o declive da reta PQ:

$$m = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} = \frac{0,465 + 0,465}{0,620 + 0,620} = 0,75$$



Logo a equação reduzida da reta PQ é  $y = 0,75x$ .

2.

### 2.1.

A função  $f$  tem dois zeros: 0 e  $-\frac{b}{a}$ .

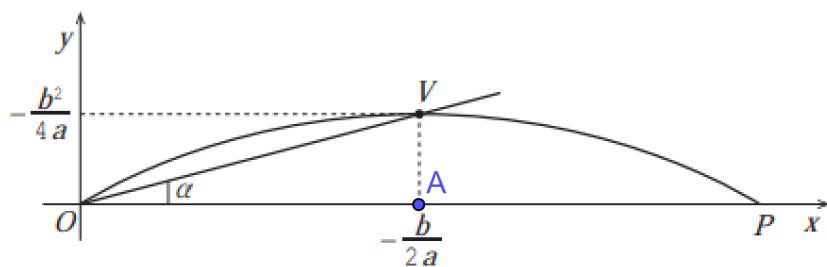
A abcissa do vértice da parábola é, assim, metade de  $-\frac{b}{a}$ , ou seja,  $-\frac{b}{2a}$ .

A ordenada do vértice da parábola é

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a \times \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \times \left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} = \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{4a} = -\frac{b^2}{4a}$$

O vértice da parábola tem, então, coordenadas  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a}\right)$ .

## 2.2.



O triângulo [OAV] é retângulo em A. Assim,

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{-\frac{b^2}{4a}}{-\frac{b}{2a}} = \frac{b}{2}$$

Como  $\alpha = 0,3^\circ$ , vem que

$$\operatorname{tg}(0,3^\circ) = \frac{b}{2} \Leftrightarrow b = 2\operatorname{tg}(0,3^\circ); 0,01$$

**FIM**