

A PREENCHER PELO ALUNO

Nome completo _____

Documento de identificação ☐ n.º _____

Assinatura do aluno _____

A PREENCHER PELA ESCOLA

N.º convencional

N.º convencional

**A PREENCHER
PELO AGRUPAMENTO**

N.º confidencial da escola

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2018

9.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR

Classificação em percentagem _____ (_____ por cento)

Correspondente ao nível _____ (_____)

Data: ____ / ____ / ____

Código do professor classificador _____

Observações _____

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 1:
8 Páginas

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
É permitido o uso de calculadora.

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final de cada caderno. Neste caso, deves identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, assinala com X a opção correta.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

1. A tabela seguinte apresenta o número de veículos totalmente elétricos vendidos em Portugal, de 2010 a 2015.

Ano	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Número de veículos totalmente elétricos vendidos em Portugal	18	203	85	166	189	645

Qual é a mediana deste conjunto de dados?

A ☒ 177,5

B ☐ 166

C ☐ 125,5

D ☐ 85

18, 85, 166, 189, 203, 645

$$\tilde{x} = \frac{166 + 189}{2} = 177,5$$

$n=6 \rightarrow$ é par
A mediana é a média aritmética dos dados de ordens $\frac{6}{2} = 3$ e $\frac{6}{2} + 1 = 4$

2. Seja r o erro cometido quando se toma 3 como aproximação de $\sqrt{7}$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A ☐ $0,1 < r < 0,2$

B ☐ $0,2 < r < 0,3$

C ☒ $0,3 < r < 0,4$

D ☐ $0,4 < r < 0,5$

$$3 - 0,4 < \sqrt{7} < 3 - 0,3$$

$$2,6 < \sqrt{7} < 2,7$$

$$\sqrt{7} \approx 2,64575131$$

3. Segundo um estudo, em 2016, foram vendidos 87 milhões de veículos novos em todo o mundo. De todos os veículos novos vendidos nesse ano, 99% eram veículos não elétricos.

Determina o número de veículos novos não elétricos que, em 2016, foram vendidos no mundo.

Apresenta o resultado em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.

$$\begin{aligned}
 & 99\% \times 87 \text{ milhões} \\
 &= 0,99 \times 87 \text{ milhões} \\
 &= 86,13 \text{ milhões} \\
 &= 86,13 \times 10^6 \\
 &= 8,613 \times 10^1 \times 10^6 \\
 &= 8,613 \times 10^{1+6} \\
 &= 8,613 \times 10^7
 \end{aligned}$$

R: Foram vendidos $8,613 \times 10^7$ veículos novos não elétricos

4. Algumas camas são articuladas, ou seja, têm uma secção que pode ser inclinada.

No esquema da Figura 2, está representada a vista lateral de uma cama articulada, com o topo encostado a uma das paredes de um quarto. Nesse esquema, o trapézio $[ABCD]$ representa a secção inclinada da cama e o retângulo $[FGHI]$ representa a base da cama.



Figura 1 – Cama articulada com uma secção inclinada

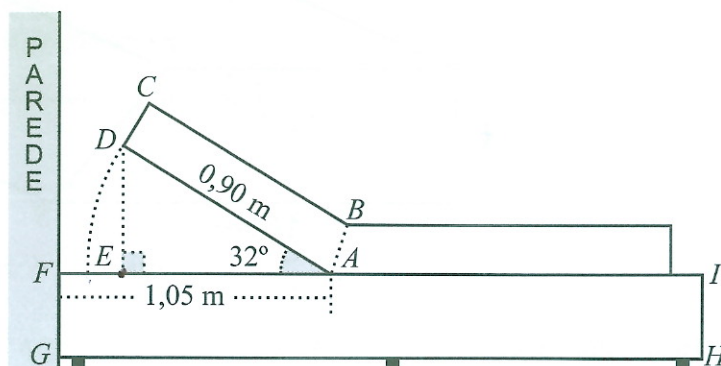


Figura 2

Relativamente ao esquema, que não está à escala, sabe-se que:

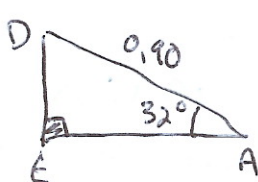
- os pontos A e E pertencem ao segmento de reta $[FI]$;
- o triângulo $[ADE]$ é retângulo no vértice E ;
- $\overline{AD} = 0,90 \text{ m}$ e $\overline{AF} = 1,05 \text{ m}$;
- $\widehat{DAE} = 32^\circ$.

Determina a distância do vértice D à parede do quarto, na posição representada no esquema da Figura 2.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às centésimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Sugestão: Começa por determinar \overline{AE} .



SOH (CAH) TOA

$$\cos 32 = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \cos 32 = \frac{\overline{AE}}{0,90} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE} = 0,90 \times \cos 32$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE} \approx 0,763 \text{ m (3 e.d.)}$$

Distância do vértice D à parede do quarto é igual a \overline{EF} .

$$\overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE} = 1,05 - 0,763 \approx 0,287 \text{ m} \approx 0,29 \text{ m}$$

R. O vértice D está aproximadamente $0,29 \text{ m}$ da parede do quarto

5. Na Figura 3, está representado o prisma reto $[STUVWXYZ]$, que é o esquema da secção inclinada de uma cama articulada. As bases do prisma são trapézios.

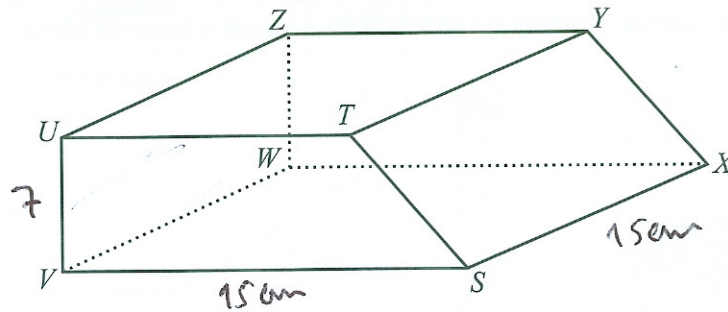


Figura 3

Relativamente ao prisma, sabe-se que:

- $[STUV]$ é um trapézio de bases $[VS]$ e $[UT]$, retângulo no vértice V ;
- $[SXWV]$ é um quadrado cujos lados têm 15 cm de comprimento;
- $\overline{UV} = 7$ cm.

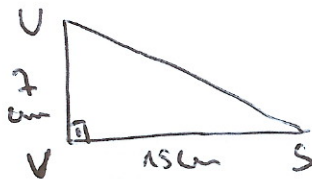
- 5.1. Identifica, usando letras da Figura 3, a reta de intersecção do plano que contém a face $[SXWV]$ com o plano que contém a face $[SXYT]$.

plano da face $[SXWV] \cap$ plano da face $[SXYT] =$ reta SX

- 5.2. Determina \overline{US} .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.



O triângulo $[UVS]$ é retângulo em V , logo posso aplicar o Teorema de Pitágoras

$$\overline{US}^2 = 7^2 + 15^2 \Rightarrow \overline{US}^2 = 49 + 225$$

$$\Rightarrow \overline{US}^2 = 274 \Rightarrow \overline{US} = \sqrt{274} \vee \overline{US} = -\sqrt{274}$$

$$\overline{US} > 0$$

$$\overline{US} = \sqrt{274} \approx 16,6 \text{ cm (1 e.d.)}$$

$$R.: \overline{US} \approx 16,6 \text{ cm (1 e.d.)}$$

5.3. Admite que o volume do prisma $[STUVWXYZ]$ é 1250 cm^3 .

Determina \overline{UT} .

Apresenta o valor pedido em centímetros, arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$V_{\text{prisma}} = 1250 \Leftrightarrow A_{\text{base}} \times h = 1250 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_{\text{trapézio}} \times 15 = 1250 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{15 + \overline{UT}}{2} \times 7 \times 15 = 1250$$

$$\Leftrightarrow \frac{15 + \overline{UT}}{2} \times 105 = 1250 \Leftrightarrow \frac{15 + \overline{UT}}{2} = \frac{1250}{105}$$

$$\Leftrightarrow \frac{15 + \overline{UT}}{2} = \frac{250}{21} \Leftrightarrow 15 + \overline{UT} = \frac{250}{21} \times 2$$

$$\Leftrightarrow 15 + \overline{UT} = \frac{500}{21} \Leftrightarrow \overline{UT} = \frac{500}{21} - 15 \Leftrightarrow \overline{UT} = \frac{500}{21} - \frac{315}{21}$$

$$\Leftrightarrow \overline{UT} = \frac{185}{21} \Leftrightarrow \overline{UT} \approx 8,8 \text{ cm (1 e. d.)}$$

$$e. A \quad A_{\text{trapézio}} = \frac{B+b}{2} \times h = \frac{15 + \overline{UT}}{2} \times \overline{UV} = \frac{15 + \overline{UT}}{2} \times 7$$

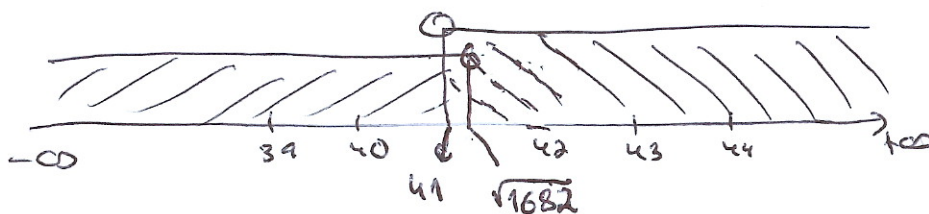
$$R: \overline{UT} \approx 8,8 \text{ cm (1 e. d.)}$$

6. Seja n o menor número natural tal que $]-\infty, \sqrt{n}[\cup]41, +\infty[= \mathbb{R}$, sendo \mathbb{R} o conjunto dos números reais.

Qual é o valor de n ?

$$41^2 = 1681$$

$$n = 41^2 + 1 = 1681 + 1 = 1682$$



$$R: n = 1682.$$



A PREENCHER PELO ALUNO

Nome completo _____

Documento de identificação ☐ CC n.º _____

Assinatura do aluno _____

A PREENCHER PELA ESCOLA

N.º convencional

N.º convencional

A PREENCHER
PELO AGRUPAMENTO

N.º confidencial da escola

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2018

9.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR

Classificação em percentagem _____ (_____ por cento)

Correspondente ao nível _____ (_____)

Data: ____ / ____ / ____

Código do professor classificador _____

Observações _____

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 2:
8 Páginas

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.

Não é permitido o uso de calculadora.

7. Na aula de Educação Física, a professora dividiu os alunos da turma do Daniel em seis grupos.

Transporte

7.1. Para praticar atletismo, a professora vai sortear, ao acaso, um desses grupos.

Qual é a probabilidade de o grupo do Daniel ser selecionado?

Apresenta o resultado na forma de fração.

$$P(\text{"grupo do Daniel ser selecionado"}) = \frac{1}{6}$$

7.2. Depois do sorteio, sobraram cinco grupos, que foram numerados de 1 a 5.

A professora vai sortear, ao acaso, dois destes cinco grupos para jogarem futebol.

Qual é a probabilidade de o grupo com o número 1 ser um dos grupos selecionados?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Sugestão: Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

	1	2	3	4	5
1	///	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
2	(2,1)	///	(2,3)	(2,4)	(2,5)
3	(3,1)	(3,2)	///	(3,4)	(3,5)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	///	(4,5)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	///

$$\# \Omega = 20$$

$$P(\text{"grupo com n.º 1 ser um dos grupos selecionados"}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

$$R = \frac{2}{5}$$

8. Representam-se a seguir os quatro primeiros termos de uma sucessão de figuras constituídas por hexágonos regulares geometricamente iguais. Com exceção do primeiro, cada termo da sucessão tem mais um hexágono do que o termo anterior.

Em cada termo da sucessão, dois hexágonos adjacentes têm um lado comum.



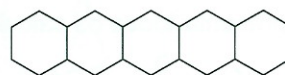
1.º termo



2.º termo



3.º termo



4.º termo

11, 16, 21, 26, ...

Qual das seguintes expressões dá o número total de segmentos de reta do termo de ordem n da sucessão?

A ☐ $5n$

B ☐ $6n$

C ☒ $5n + 6$

D ☐ $6n + 5$

$$\begin{aligned} u_1 &= 5 \times 1 + 6 = 5 + 6 = 11 \\ u_2 &= 5 \times 2 + 6 = 10 + 6 = 16 \\ u_3 &= 5 \times 3 + 6 = 15 + 6 = 21 \\ u_n &= 5 \times n + 6 = 5n + 6 \end{aligned}$$

9. No referencial ortogonal e monométrico, de origem no ponto O , da Figura 4, está representada a reta r .

Os pontos de coordenadas $(-4, 6)$ e $(2, 3)$ pertencem à reta r .

Determina uma equação da reta r .

Apresenta a equação na forma $y = ax + b$, em que a e b são números reais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

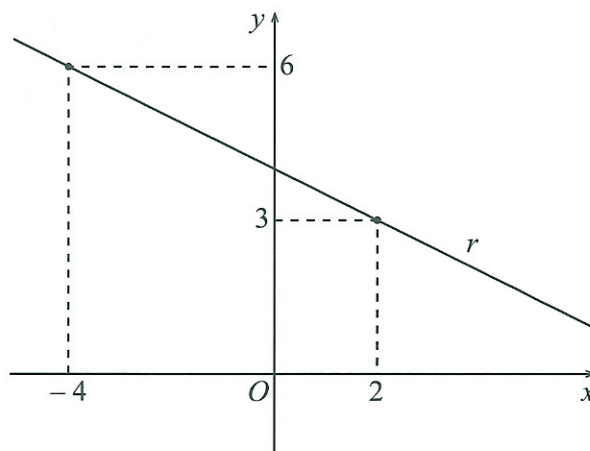


Figura 4

$$y = ax + b$$

$$a = \frac{6-3}{-4-2} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + b$$

$$3 = -\frac{1}{2} \times 2 + b \quad (2, 3)$$

$$\Leftrightarrow 3 = -1 + b \Leftrightarrow 3 + 1 = b \Leftrightarrow 4 = b$$

$$R: y = -\frac{1}{2}x + 4$$

10. Qual dos seguintes polinómios é equivalente à expressão $(x - 4)^2$?

A ☒ $x^2 - 8x + 16$

B ☐ $x^2 - 16$

C ☐ $x^2 + 8x + 16$

D ☐ $x^2 + 16$

$$\begin{aligned} (x-4)^2 &= x^2 + 2 \times x \times (-4) + (-4)^2 \\ &= x^2 - 8x + 16 \end{aligned}$$

11. Resolva a equação seguinte.

$$15x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$a = 15; b = -2; c = -1$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$15x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 15 \times (-1)}}{2 \times 15}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{30} \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{30} \Rightarrow x = \frac{2 \pm 8}{30}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2+8}{30} \vee x = \frac{2-8}{30} \Rightarrow x = \frac{10}{30} \vee x = -\frac{6}{30}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{1}{5}$$

$$e.s. = \left\{ -\frac{1}{5}, \frac{1}{3} \right\}$$

12. Resolva a inequação seguinte.

$$\frac{2(1-x)}{3} < \frac{1}{2}x + 2$$

Apresenta o conjunto solução na forma de um intervalo de números reais.

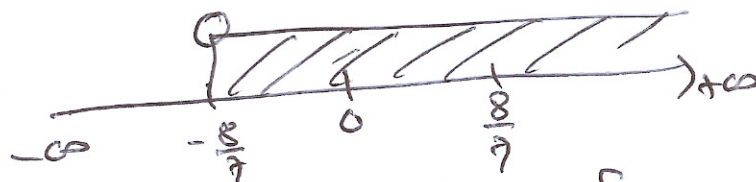
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$\frac{2(1-x)}{3} < \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow \frac{2-2x}{3} < \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Rightarrow \frac{4-4x}{6} < \frac{3x+12}{6}$$

$$\Rightarrow 4-4x < 3x+12 \Rightarrow -4x-3x < 12-4$$

$$\Rightarrow -7x < 8 \Rightarrow 7x > -8 \Rightarrow x > -\frac{8}{7}$$



$$e.s. =]-\frac{8}{7}, +\infty[$$

13. No referencial cartesiano, de origem no ponto O , da Figura 5, estão representadas a função quadrática f e a função de proporcionalidade inversa g .

Sabe-se que:

- a função f é definida por $f(x) = \frac{4}{3}x^2$;
- a função g é dada por uma expressão da forma $g(x) = \frac{a}{x}$, com $a > 0$ e $x > 0$;
- os gráficos das funções f e g intersectam-se no ponto P , de abscissa 3.

Determina o valor de a .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

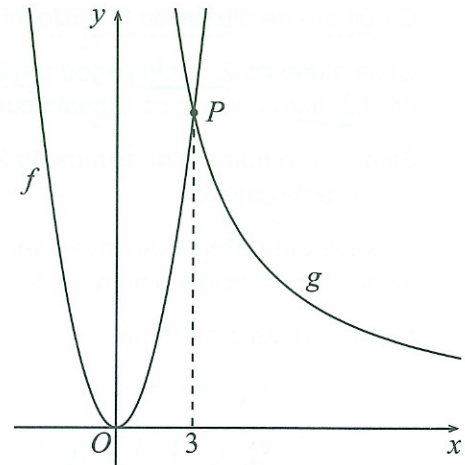


Figura 5

$$P(3, 12)$$

$$\downarrow$$

$$f(3) = \frac{4}{3} \times 3^2 = \frac{4}{3} \times 9 = \frac{36}{3} = 12$$

$$y = \frac{a}{x}$$

$$12 = \frac{a}{3} \quad \downarrow (3, 12)$$

$$\Rightarrow 12 \times 3 = a$$

$$\Rightarrow 36 = a$$

$$R: a = 36$$

14. Escreve o número $\frac{(4^5)^2}{4^{15}} \times 2^{-5}$ na forma de uma potência de base $\left(\frac{1}{8}\right)$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$\begin{aligned} \frac{(4^5)^2}{4^{15}} \times 2^{-5} &= \frac{4^{5 \times 2}}{4^{15}} \times 2^{-5} = \frac{4^{10}}{4^{15}} \times 2^{-5} = \\ &= 4^{10-15} \times 2^{-5} = 4^{-5} \times 2^{-5} = \\ &= 8^{-5} = \left(\frac{1}{8}\right)^5 \end{aligned}$$

15. Numa visita de estudo a um parque natural, participaram alunos dos 2.º e 3.º ciclos de uma escola.

O número de alunos do 2.º ciclo foi o triplo do número de alunos do 3.º ciclo.

Cada aluno do 2.º ciclo pagou um bilhete de 9 euros, e cada aluno do 3.º ciclo pagou um bilhete de 12 euros, tendo os bilhetes custado 507 euros no total.

Sejam x o número de alunos do 2.º ciclo e y o número de alunos do 3.º ciclo que participaram na visita de estudo.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas x e y , que permita determinar o número de alunos do 2.º ciclo e o número de alunos do 3.º ciclo que participaram na visita de estudo.

Não resolves o sistema.

$$\begin{cases} x = 3y \\ 9x + 12y = 507 \end{cases}$$

16. Na Figura 6, está representado o hexágono regular $[ABCDEF]$.

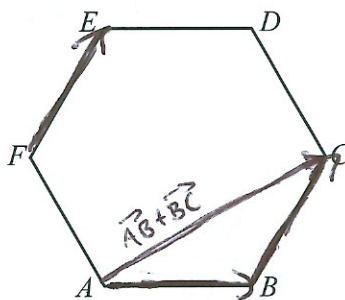


Figura 6

Qual dos seguintes vetores é igual ao vetor soma $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE}$?

A ☐ \overrightarrow{CA}

B ☐ \overrightarrow{DA}

C ☐ \overrightarrow{AD}

D ☒ \overrightarrow{AC}

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

17. Na Figura 7, está representada uma semicircunferência de diâmetro $[AB]$ e centro no ponto O .

Sabe-se que:

- os pontos C e D pertencem à semicircunferência;
- a amplitude do arco AD é 56° ;
- os segmentos de reta $[BD]$ e $[OC]$ intersectam-se no ponto E ;
- $\widehat{BEC} = 72^\circ$.

Determina, em graus, \widehat{BOE} .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

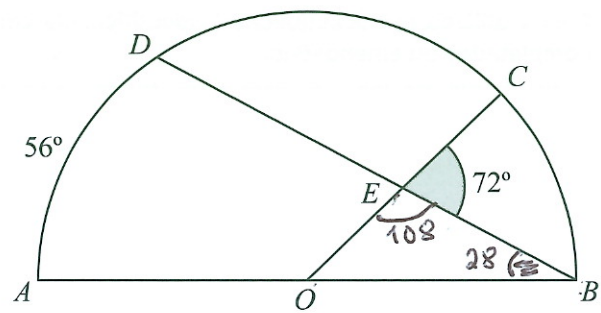


Figura 7

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{56}{2} = 28^\circ$$

$$\widehat{OEB} + 72 = 180 \Rightarrow \widehat{OEB} = 180 - 72 \Rightarrow \widehat{OEB} = 108^\circ$$

A soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos do $\Delta[OEB]$ é 180°

$$\widehat{BOE} + 28 + 108 = 180 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \widehat{BOE} = 180 - 28 - 108$$

$$\Rightarrow \widehat{BOE} = 44^\circ$$

$$R: \widehat{BOE} = 44^\circ$$

18. Na Figura 8, estão representadas as retas concorrentes AD e BC e as retas paralelas AB e CD .

Sabe-se que:

- as retas AD e BC se intersectam no ponto I ;
- os triângulos $[ABI]$ e $[CDI]$ são escalenos e não são geometricamente iguais.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A ☐ $\frac{AB}{CD} = \frac{IB}{ID}$ \times

B ☐ $\frac{AB}{CD} = \frac{ID}{IA}$

C ☒ $\frac{AB}{CD} = \frac{IA}{ID}$

D ☐ $\frac{AB}{CD} = \frac{ID}{IB}$

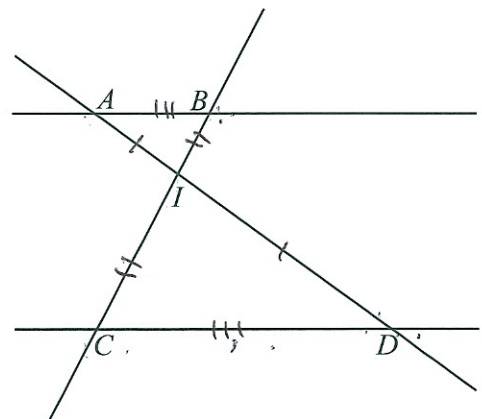


Figura 8