



**A PREENCHER PELO ALUNO**

Nome completo \_\_\_\_\_

Documento de identificação ☐ n.º \_\_\_\_\_

Assinatura do aluno \_\_\_\_\_

**A PREENCHER PELA ESCOLA**

N.º convencional

N.º convencional

**A PREENCHER  
PELO AGRUPAMENTO**  
N.º confidencial da escola

**Prova Final de Matemática**

**Prova 92 | 2.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2018**

**9.º Ano de Escolaridade**

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR**

Classificação em percentagem \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ por cento)

Correspondente ao nível \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ ) Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_ Código do professor classificador \_\_\_\_\_

Observações \_\_\_\_\_

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos. **Caderno 1:**  
8 Páginas

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.**  
**É permitido o uso de calculadora.**

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final de cada caderno. Neste caso, deves identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, assinala com X a opção correta.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

1. Na tabela seguinte, apresentam-se as alturas de sete das torres mais altas do mundo.

Torres	Altura (metros)
Torre Tokyo Skytree (Japão)	634
Torre de Cantão (China)	604
Torre CN (Canadá)	553
Torre Ostankino (Rússia)	540
Torre Pérola Oriental (China)	468
Torre Milad (Irão)	435
Torre KL (Malásia)	421

Qual é a amplitude interquartis, em metros, deste conjunto de dados?

A ☒ 169

B ☐ 213

C ☐ 435

D ☐ 604

421, 435, 468, 540, 553, 604, 634  
 $\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 $Q_1$   $\tilde{x}$   $Q_3$

amplitude interquartis  
 $= Q_3 - Q_1 = 604 - 435$   
 $= 169$

2. Considera os conjuntos  $A = ]-\infty, \sqrt{10}[$  e  $B = [\pi, 5]$ .

Escreve o conjunto  $A \cap B$  na forma de um intervalo de números reais.



R:  $A \cap B = [\pi, \sqrt{10}[$

3. Na construção de um arranha-céus, foram utilizadas 10,5 mil toneladas de aço e, na construção de outro arranha-céus, utilizou-se o dobro dessa quantidade.

Determina a quantidade total de aço, em toneladas, que foi utilizada na construção dos dois arranha-céus.

Apresenta o resultado em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.

1º arranha-céus: 10,5 mil toneladas  $= 10,5 \times 10^3$  toneladas  
 $= 1,05 \times 10^4$  toneladas de aço

2º arranha-céus:  $2 \times 1,05 \times 10^4$  toneladas  
 $= 2,1 \times 10^4$  toneladas de aço

quantidade total de aço:  
 $(1,05 \times 10^4 \text{ toneladas}) + (2,1 \times 10^4 \text{ toneladas})$   
 $= (1,05 + 2,1) \times 10^4 \text{ toneladas}$   
 $= 3,15 \times 10^4 \text{ toneladas}$

R:  $3,15 \times 10^4$  toneladas de aço



4. As casas típicas de Santana, localidade da costa norte da ilha da Madeira, parecem prismas triangulares.

Na Figura 2, representa-se, em esquema, a fachada principal de uma dessas casas.

No esquema, os segmentos de reta  $[AC]$  e  $[BC]$  representam o telhado da casa.



Figura 1 – Casa típica de Santana

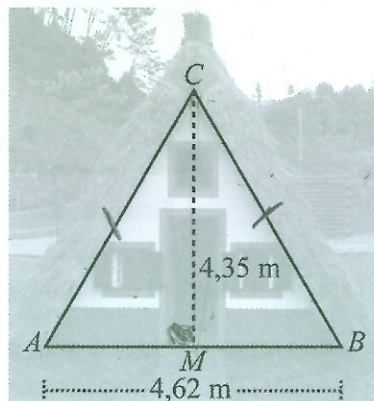


Figura 2

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

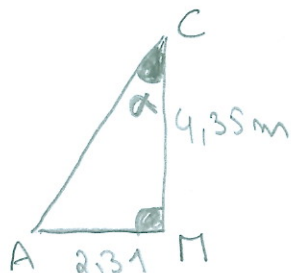
- o triângulo  $[ABC]$  é isósceles, com  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ;
- $M$  é o ponto médio do segmento de reta  $[AB]$ ;
- $\overline{AB} = 4,62$  m e  $\overline{CM} = 4,35$  m.

Determina, em graus,  $\hat{ACB}$ .

Apresenta o resultado arredondado às unidades. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Sugestão:** Começa por determinar  $\hat{ACM}$ .



O  $\triangle ABC$  é isósceles, com  $\overline{AC} = \overline{BC}$   
e  $M$  é o ponto médio do segmento  
de reta  $[AB]$  logo o seg-  
mento de reta  $[CM]$  é a altu-  
ra do  $\triangle ABC$  e assim verifica-  
mos que o  $\triangle ACM$  é retângulo.  
 $\overline{AM} = 4,62 : 2 = 2,31$  m

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{AM}}{\overline{CM}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{2,31}{4,35} \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{2,31}{4,35} \right) (=)$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 27,970^\circ \text{ (3 c.d.)}$$

$$\hat{ACB} = 2\alpha = 2 \times 27,970 = 55,94 \approx 56^\circ \text{ (às unidades)}$$

$$R: \hat{ACB} \approx 56^\circ \text{ (às unidades)}$$

5. A Casa das Histórias Paula Rego é um museu de arte localizado em Cascais.

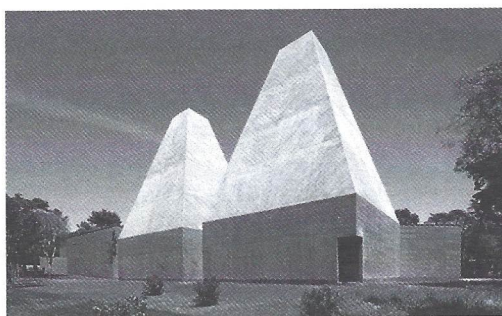


Figura 3 – Casa das Histórias Paula Rego

Na Figura 4, representa-se, em esquema, uma das partes desse edifício.

No esquema, estão representados o prisma reto de bases quadradas  $[ABCDEFGH]$  e o tronco de pirâmide  $[EFGHIJKL]$ , da pirâmide reta de base quadrada  $[EFGHV]$ . As faces  $[EFGH]$  e  $[IJKL]$ , do tronco de pirâmide, são paralelas.

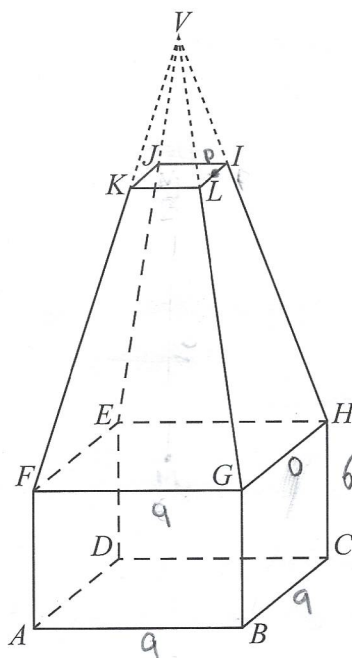


Figura 4

Relativamente ao esquema, admite que:

- $\overline{BC} = 9$  cm,  $\overline{CH} = 6$  cm e  $\overline{KL} = 3$  cm;
- a altura da pirâmide  $[EFGHV]$  é 24 cm;
- a distância entre os planos  $EFG$  e  $JKL$  é 16 cm.

5.1. Qual das seguintes retas é perpendicular ao plano que contém a face  $[IJKL]$  ?

A ☐  $BC$

B ☒  $CH$

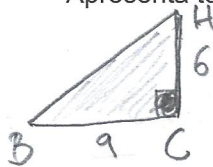
C ☐  $HI$

D ☐  $IL$



5.2. Determina  $\overline{BH}$ .Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.



O  $\Delta[BCH]$  é um triângulo em C, logo posso aplicar o Teorema de Pitágoras

$$\overline{BH}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{HC}^2 \quad (\Rightarrow) \quad \overline{BH}^2 = 9^2 + 6^2 \quad (\Rightarrow) \quad \overline{BH}^2 = 81 + 36$$

$$(\Rightarrow) \quad \overline{BH}^2 = 117 \quad (\Rightarrow) \quad \overline{BH} = \sqrt{117} \quad \vee \quad \overline{BH} = -\sqrt{117}$$

$\frac{x}{\overline{BH}} > 0$

$$\overline{BH} = \sqrt{117} \approx 10,8 \text{ cm}$$

$$R: \overline{BH} \approx 10,8 \text{ cm}$$

5.3. Determina o volume do tronco de pirâmide  $[EFGHIJKL]$ .Apresenta o resultado em  $\text{cm}^3$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$h_{\text{pirâmide grande}} = 24 \text{ cm}$$

$$h_{\text{pirâmide pequena}} = 24 - 16 = 8 \text{ cm}$$

$$V_{\text{tronco da pirâmide}} = V_{\text{pirâmide grande}} - V_{\text{pirâmide pequena}}$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{1}{3} \times 9^2 \times 24 - \frac{1}{3} \times 3^2 \times 8$$

$$= \frac{1}{3} \times 81 \times 24 - \frac{1}{3} \times 9 \times 8$$

$$= \frac{1944}{3} - \frac{72}{3} = 648 - 24 = 624 \text{ cm}^3$$

$$R: V_{\text{tronco da pirâmide}} = 624 \text{ cm}^3$$

6. Sejam  $a$  e  $b$  números reais positivos tais que  $a > b$ .

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A ☐  $1 - a > 1 - b$

B ☒  $1 - a < 1 - b$

C ☐  $\frac{a+b}{2} < b$

D ☐  $\frac{a+b}{2} > a$

$$a > b \quad (\Rightarrow) \quad \downarrow \times (-1)$$

$$(\Rightarrow) -a < -b$$

$$(\Rightarrow) 1 - a < 1 - b$$



### A PREENCHER PELO ALUNO

Nome completo

Documento de identificação  n.º 

--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--

Assinatura do aluno

## A PREENCHER PELA ESCOLA

N.º convencional

N.º convencional

## Prova Final de Matemática

**Prova 92 | 2.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2018**

## 9.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR

Classificação em percentagem     (  por cento)

Correspondente ao nível      (                      )

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Código do professor classificador

Observações

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

**Caderno 2:  
8 Páginas**

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.**

Não é permitido o uso de calculadora.

7. A Carolina colocou numa caixa os sete cartões representados na Figura 5, todos indistinguíveis ao tato.

Transporte

2.ª feira	3.ª feira	4.ª feira	5.ª feira	6.ª feira	sábado	domingo
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	--------	---------

Figura 5

- 7.1. A Carolina vai extrair, ao acaso, um dos cartões.

Qual é a probabilidade de extrair o cartão com a palavra «sábado»?

Apresenta o resultado na forma de fração.

$$P(\text{«extrair o cartão com a palavra «sábado»}) = \frac{1}{7}$$

- 7.2. A Carolina pretende visitar, em dias da semana distintos, o Oceanário e o Planetário.

Para seleccionar esses dias, vai extrair, ao acaso e em simultâneo, dois dos sete cartões que estão na caixa.

Qual é a probabilidade de os cartões extraídos não conterem a palavra «sábado» nem a palavra «domingo»?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

	2.ª F	3.ª F	4.ª F	5.ª F	6.ª F	Sab	Dom
2.ª F	///	2.ª F x 3.ª F	2.ª F x 4.ª F	2.ª F x 5.ª F	2.ª F x 6.ª F	2.ª F x Sab	2.ª F x Dom
3.ª F	///	///	3.ª F x 4.ª F	3.ª F x 5.ª F	3.ª F x 6.ª F	3.ª F x Sab	3.ª F x Dom
4.ª F	///	///	///	4.ª F x 5.ª F	4.ª F x 6.ª F	4.ª F x Sab	4.ª F x Dom
5.ª F	///	///	///	///	5.ª F x 6.ª F	5.ª F x Sab	5.ª F x Dom
6.ª F	///	///	///	///	///	6.ª F x Sab	6.ª F x Dom
Sab	///	///	///	///	///	///	Sab x Dom
Dom	///	///	///	///	///	///	///

#Ω = 21

$$P(\text{«os cartões extraídos não conterem a palavra «sábado» nem a palavra «domingo»}) = \frac{10}{21}$$



1º dia: 12  
2º dia: 18  
3º dia: 24  
4º dia: 30

$$\begin{aligned}u_1 &= 12 = 6 \times 1 + 6 \\u_2 &= 18 = 6 \times 2 + 6 \\u_3 &= 24 = 6 \times 3 + 6 \\u_n &= 6 \times n + 6 = 6n + 6\end{aligned}$$

8. Numa estação de tratamento de água, um aparelho foi inicialmente programado para recolher 12 amostras de água por dia.

Supõe que, após o primeiro dia completo de funcionamento, o aparelho foi reprogramado e passou a recolher apenas 6 amostras diárias.

Seja  $n$  o número de dias completos em que o aparelho esteve a funcionar.

Qual das seguintes expressões representa o número total de amostras de água recolhidas pelo aparelho?

A ☐  $6n$

B ☐  $12n$

C ☐  $6(n-1)$   
 $= 6n - 6$

D ☒  $12 + 6(n-1)$   
 $= 12 + 6n - 6$   
 $= 6n + 12 - 6$   
 $= 6n + 6$

9. No referencial ortogonal e monométrico, de origem no ponto  $O$ , da Figura 6, estão representadas as retas paralelas  $r$  e  $s$ .

A reta  $r$  passa no ponto  $O$  e no ponto de coordenadas  $(4, -1)$ .

A reta  $s$  passa no ponto de coordenadas  $(8, -5)$ .

Determina uma equação da reta  $s$ .

Apresenta a equação na forma  $y = ax + b$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

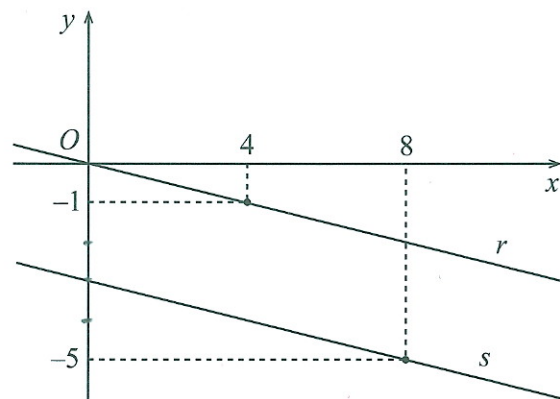


Figura 6

A reta  $r$  é uma representação gráfica de uma função linear  
 $y = ax$   $a = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$

A reta  $s$  é uma representação gráfica de uma função afim e como as retas são paralelas logo têm o mesmo declive  
 $y = -\frac{1}{4}x + b$   $(8, -5)$

$$-5 = -\frac{1}{4} \times 8 + b \quad (-) \quad -5 = -2 + b \quad (-) \quad -5 + 2 = b \quad (-) \quad -3 = b$$

R.: A equação da reta  $s$ :  $y = -\frac{1}{4}x - 3$

10. Na Figura 7, está representado o pentágono convexo  $[ABCDE]$ .

Para cada  $x > 0$ , admite que:

- $[ABCE]$  é um quadrado de lado  $x$  cm;
- $[CDE]$  é um triângulo de altura 4 cm em relação ao lado  $[EC]$ .

Qual das seguintes expressões representa a área, em  $\text{cm}^2$ , do pentágono  $[ABCDE]$ ?

A ☒  $x(x+2)$

B ☐  $x^2 + 4$

C ☐  $x(x+4)$

D ☐  $x^2 + 2$

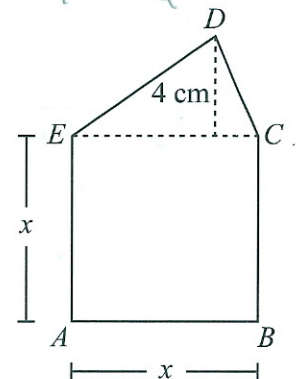


Figura 7

$$A_{\text{pentágono}} = A_{\triangle[CDE]} + A_{\square[ABCE]} = \frac{x \times 4}{2} + x^2 = 2x + x^2 = x^2 + 2x = x(x+2)$$



11. Resolva a equação seguinte.

$$24x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$a=24 \quad b=2 \quad c=-1$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$24x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 24 \times (-1)}}{2 \times 24} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{48} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{48} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 10}{48}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2+10}{48} \vee x = \frac{-2-10}{48} \Leftrightarrow x = \frac{8}{48} \vee x = -\frac{12}{48}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \vee x = -\frac{1}{4}$$

$$C.S. = \left\{ -\frac{1}{4}, \frac{1}{6} \right\}$$

12. Resolva a inequação seguinte.

$$\frac{1}{4}(3-x) - 2 > \frac{1}{3}x$$

Apresenta o conjunto solução na forma de um intervalo de números reais.

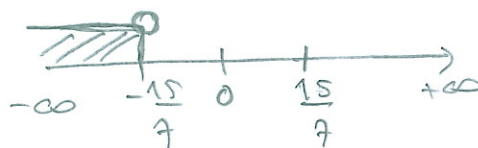
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$\frac{1}{4}(3-x) - 2 > \frac{1}{3}x \Leftrightarrow \frac{3}{4} - \frac{x}{4} - 2 > \frac{1}{3}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{12} - \frac{3x}{12} - \frac{24}{12} > \frac{4}{12}x \Leftrightarrow 9 - 3x - 24 > 4x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3x - 4x > -9 + 24 \Leftrightarrow -7x > 15$$

$$\Leftrightarrow 7x < -15 \Leftrightarrow x < -\frac{15}{7}$$



$$C.S. = ]-\infty, -\frac{15}{7}[$$

13. No referencial cartesiano, de origem no ponto  $O$ , da Figura 8, estão representadas a função quadrática  $f$  e a função de proporcionalidade inversa  $g$ .

Sabe-se que:

- a função  $f$  é dada por uma expressão da forma  $f(x) = ax^2$ , com  $a \neq 0$ ;
- a função  $g$  é definida por  $g(x) = \frac{8}{x}$ , com  $x > 0$ ;
- $f(3) = g(4)$ .

Determina o valor de  $a$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

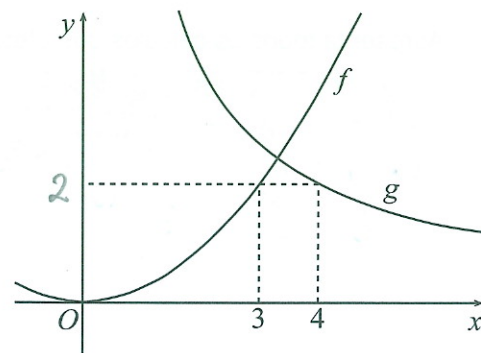


Figura 8

$$g(4) = \frac{8}{4} = 2$$

$$f(3) = g(4) \Rightarrow f(3) = 2 \Rightarrow a \times 3^2 = 2 \Rightarrow a \times 9 = 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{9}$$

$$R.: a = \frac{2}{9}$$

14. Um teste escrito é composto, exclusivamente, por 25 itens de escolha múltipla.

Em cada item, são atribuídos 4 pontos se for assinalada a opção correta, e é descontado 1 ponto se for assinalada uma opção incorreta.

Um aluno, que respondeu a todos os itens, teve uma classificação de 70 pontos.

Sejam  $x$  o número de itens em que foi assinalada a opção correta e  $y$  o número de itens em que foi assinalada uma opção incorreta.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas  $x$  e  $y$ , que permita determinar o número de itens em que foi assinalada a opção correta e o número de itens em que foi assinalada uma opção incorreta.

**Não resolves o sistema.**

$x$ : "n.º de itens em que foi assinalada a opção correta"

$y$ : "n.º de itens em que foi assinalada a opção incorreta"

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 4x - y = 70 \end{cases}$$



15. Escreve o número  $\frac{6^{-4}}{(2^4)^2 \times 3^8}$  na forma de uma potência de base  $\frac{1}{6}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$\begin{aligned} \frac{6^{-4}}{(2^4)^2 \times 3^8} &= \frac{6^{-4}}{2^{4 \times 2} \times 3^8} = \frac{6^{-4}}{2^8 \times 3^8} = \frac{6^{-4}}{(2 \times 3)^8} = \frac{6^{-4}}{6^8} \\ &= 6^{-4-8} = 6^{-12} = \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \end{aligned}$$

$$R: \left(\frac{1}{6}\right)^{12}$$

16. Na Figura 9, está representada uma das versões da bandeira de Lisboa. Esta versão, com forma retangular, é composta por 8 triângulos retângulos geometricamente iguais.

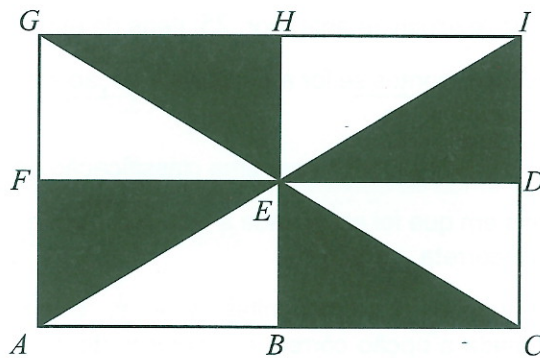


Figura 9

Identifica, usando uma das letras da Figura 9, a imagem do ponto  $E$  pela composta da translação  $T_{\overrightarrow{GE}}$  com a translação  $T_{\overrightarrow{EH}}$ .

$$\begin{aligned} \text{Ponto } E &\xrightarrow{\quad\quad\quad} \text{Ponto } D \\ T_{\overrightarrow{GE}} \circ T_{\overrightarrow{EH}} &= \\ &= T_{\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EH}} \\ &= T_{\overrightarrow{GH}} \end{aligned}$$

R. Ponto D

17. Na Figura 10, está representada uma semicircunferência de diâmetro  $[CD]$  e centro no ponto  $O$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence à semicircunferência;
- o ponto  $B$  pertence ao segmento de reta  $[CD]$ ;
- a amplitude do arco  $AC$  é  $110^\circ$ ;
- $\hat{BAC} = 25^\circ$ .

Determina, em graus,  $\hat{CBA}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

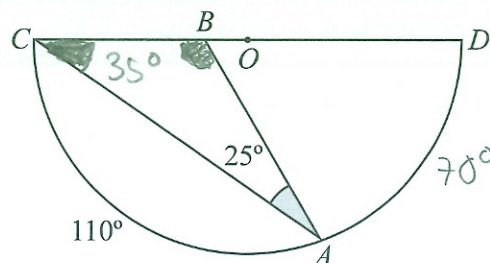


Figura 10

$[CD]$  diâmetro  $\rightarrow \widehat{CAD} = 180^\circ$   
 $\widehat{AD} = \widehat{CAD} - 110^\circ = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$   
 $\angle DCA$  é um ângulo inscrito  
 $\widehat{DCA} = \frac{70}{2} = 35^\circ$

A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$

$\hat{CBA} + 25 + 35 = 180 \Rightarrow \hat{CBA} = 180 - 25 - 35$   
 $\Rightarrow \hat{CBA} = 120^\circ$

R:  $\hat{CBA} = 120^\circ$

18. Na Figura 11, estão representadas duas retas paralelas,  $a$  e  $b$ , e três retas concorrentes num ponto,  $r$ ,  $s$  e  $t$ .

Sabe-se que:

- a reta  $r$  intersecta as retas  $a$  e  $b$ , respetivamente, nos pontos  $U$  e  $V$ ;
- a reta  $s$  intersecta as retas  $a$  e  $b$ , respetivamente, nos pontos  $X$  e  $Y$ ;
- a reta  $t$  intersecta as retas  $a$  e  $b$ , respetivamente, nos pontos  $W$  e  $Z$ ;
- $\overline{UX} = 9$  e  $\overline{VY} = 4$ .

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

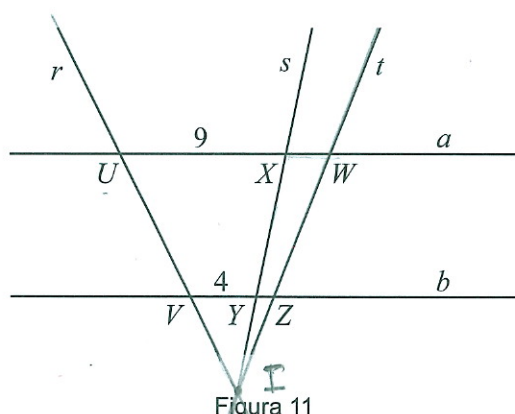


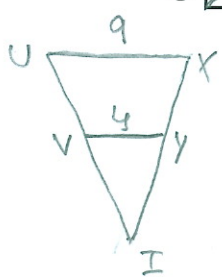
Figura 11

A ☐  $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{4}{9}$

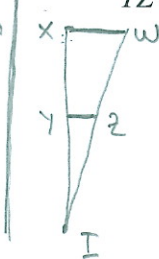
B ☐  $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = 2$

C ☒  $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{9}{4}$

D ☐  $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = 3$



Pelo teorema de Tales  
 $\frac{9}{4} = \frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}}$



Pelo teorema de Tales  
 $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{\overline{XI}}{\overline{YI}}$

Pela propriedade transitiva, se temos  
 $\frac{9}{4} = \frac{\overline{XI}}{\overline{YI}}$  e  $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{\overline{XI}}{\overline{YI}}$   
 Logo  $\frac{9}{4} = \frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}}$