Recursos para Matemática

PROVA FINAL DE MATEMÁTICA | 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

2018 – 1.ª FASE | PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Site: http://recursos-para-matematica.webnode.pt/

Facebook: https://www.facebook.com/recursos.para.matematica

PROVA FINAL DE MATEMÁTICA

3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

1.ª FASE | 2018

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

CADERNO 1

1. Ordenando os dados, tem-se:

$$18 \qquad 85 \qquad 166 \qquad 189 \qquad 203 \qquad 645$$

Como o número de dados é par, neste caso $n=6$, a mediana, $\tilde{x}$, deste conjunto de dados é a média aritmética dos dois valores centrais (quando os dados estão ordenados).

Assim, como os dois valores centrais são 166 e 189, a mediana é $\tilde{x}=\frac{166+189}{2}=\frac{355}{2}=177,5$.

Resposta: A

2. Recorrendo à calculadora, tem-se que $r=\left|3-\sqrt{7}\right|\approx\left|3-2,646\right|=0,354$, pelo que $0,3<r<0,4$.

Resposta: C

3. Tem-se que 99% dos 87 milhões de veículos novos que foram vendidos em 2016 não eram eléctricos.

Assim, como 87 milhões $=87\times10^6$, vem que 99% de 87 milhões de veículos novos é igual a:

$$0,99\times87\times10^6=86,13\times10^6=8,613\times10^1\times10^6=8,613\times10^{1+6}=8,613\times10^7$$

Logo, foram vendidos $8,613\times10^7$ veículos novos não eléctricos.

4. Tem-se que $\cos(32^\circ)=\frac{\overline{AE}}{\overline{AD}}\Leftrightarrow\cos(32^\circ)=\frac{\overline{AE}}{0,90}\Leftrightarrow\overline{AE}=0,90\cos(32^\circ)$.

A distancia do vértice D à parede do quarto é igual à distância do vértice E ao vértice F. Assim:

$$\overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=1,05-0,90\cos(32^\circ)\approx0,29$$

Portanto, a distância do ponto D à parede do quarto é, aproximadamente, $0,29$ metros.

5.

5.1. O plano que contém a face $[SXWV]$ é o plano SXW e o plano que contém a face $[SXYT]$ é o plano SXY.

Logo, recta de intersecção entre dois planos é a recta SX.

5.2. Como $[SXWV]$ é um quadrado cujos lados têm 15 cm de comprimento, vem que $\overline{VS}=15$ cm.

Assim, aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo $[UVS]$, rectângulo em S, vem:

$$\overline{US}^2=\overline{UV}^2+\overline{VS}^2 \Leftrightarrow \overline{US}^2=7^2+15^2 \Leftrightarrow \overline{US}^2=49+225 \Leftrightarrow \overline{US}^2=274$$

Como $\overline{US}>0$, vem que $\overline{US}=\sqrt{274}\approx 16{,}6$.

Portanto, $\overline{US}\approx 16{,}6$ cm.

5.3. O volume do prisma $[STUVWXYZ]$ é dado por $A_{[STUV]}\times\overline{SX}$.

Como o quadrilátero $[STUV]$ é um trapézio rectângulo, a sua área é dada por $\dfrac{\overline{VS}+\overline{UT}}{2}\times\overline{UV}$, pelo que:

$$V_{[STUVWXYZ]}=1250 \Leftrightarrow \frac{\overline{VS}+\overline{UT}}{2}\times\overline{UV}\times\overline{SX}=1250 \underset{\substack{\overline{VS}=\overline{SX}=15\\ \overline{UV}=7}}{\Leftrightarrow} \frac{15+\overline{UT}}{2}\times 7\times 15=1250 \Leftrightarrow \frac{15+\overline{UT}}{2}\times 105=1250 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 15+\overline{UT}=\frac{1250\times 2}{105} \Leftrightarrow \overline{UT}=\frac{2500}{105}-15 \Leftrightarrow \overline{UT}=\frac{2500-15\times 105}{105} \Leftrightarrow \overline{UT}=\frac{925}{105}$$

Como $\dfrac{925}{105}\approx 8{,}8$, vem que $\overline{UT}\approx 8{,}8$ cm.

6. Pretende-se determinar o menor valor natural de n tal que $]-\infty,\sqrt{n}[\,\cup\,]41,+\infty[=\mathbb{R}$.

Para que a união dos intervalos $]-\infty,\sqrt{n}[$ e $]41,+\infty[$ seja $\mathbb{R}$, é necessário que $\sqrt{n}>41$, pelo que se pretende terminar o menor valor natural de n tal que $\sqrt{n}>41$.

Assim, $\sqrt{n}>41 \Leftrightarrow n>41^2 \Leftrightarrow n>1681$, pelo que o menor valor natural n tal que $\sqrt{n}>41$, e consequentemente $]-\infty,\sqrt{n}[\,\cup\,]41,+\infty[=\mathbb{R}$, é $n=1681+1=1682$.

Portanto, $n=1682$.

CADERNO 2

7.

7.1. Como a professora vai seleccionar ao acaso um dos seis grupos, o número de casos possíveis é 6.

O Daniel está num e apenas num desses seis grupos, pelo que o número de casos favoráveis é 1.

Logo, pela lei de Laplace, a probabilidade pedida é $\frac{1}{6}$.

7.2. Fazendo uma tabela de dupla entrada vem:

	1	2	3	4	5
1		$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(1,5)$
2			$(2,3)$	$(2,4)$	$(2,5)$
3				$(3,4)$	$(3,5)$
4					$(4,5)$
5					

Logo, o número de casos possíveis é 10 e o número de casos favoráveis é 4 (os sombreados a laranja).

Portanto, pela lei de Laplace, a probabilidade pedida é $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

8. Tem-se que:

▪ o primeiro termo é composto por onze segmentos de recta, pelo que como $5\times1=5$ e $6\times1=6$, as opções **A** e **B** são eliminadas;

▪ o primeiro termo é composto por dezasseis segmento de recta, pelo que como $5\times2+6=16$ e $6\times2+5=17$, a opção **D** é eliminada e portanto só expressão da opção **C** pode representar o número total de segmentos de recta do termo de ordem n.

Resposta: C

9. Os pontos de coordenadas $A(2,3)$ e $B(-4,6)$ pertencem à recta r, pelo que:

$$m_r = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{-4-2} = \frac{3}{-6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

Portanto, $r: y = -\frac{1}{2}x + b$. Como o ponto $A(2,3)$ pertencente à recta r, substituindo, vem:

$$3 = -\frac{1}{2} \times 2 + b \Leftrightarrow 3 = -1 + b \Leftrightarrow b = 4$$

Logo, $r: y = -\frac{1}{2}x + 4$.

10. Tem-se que $(x-4)^2 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 = x^2 - 8x + 16$.

Resposta: A

11. Tem-se que:

$$15x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 15 \times (-1)}}{2 \times 15} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+60}}{30} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{30} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 8}{30} \Leftrightarrow x = \frac{2-8}{30} \vee x = \frac{2+8}{30} \Leftrightarrow x = -\frac{6}{30} \vee x = \frac{10}{30}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \vee x = \frac{1}{3}$$

Portanto, o conjunto solução da equação dada é $\left\{-\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right\}$.

12. Tem-se que:

$$\frac{2(1-x)}{3} < \frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow \frac{2-2x}{3} < \frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow 4 - 4x < 3x + 12 \Leftrightarrow -7x < 8 \Leftrightarrow x > -\frac{8}{7}$$

Portanto, o conjunto solução da inequação dada é $\left]-\frac{8}{7}, +\infty\right[$.

13. Como o gráficos de f e de g se intersectam no ponto de abcissa 3, tem-se que $f(3)=g(3)$.

Assim, vem $f(3)=g(3) \Leftrightarrow \frac{4}{3}\times 3^2 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow \frac{4\times 9}{3} = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 36$.

Portanto, $a=36$.

14. Tem-se que $\frac{\left(4^5\right)^2}{4^{15}}\times 2^{-5} = \frac{4^{5\times 2}}{4^{15}}\times 2^{-5} = \frac{4^{10}}{4^{15}}\times 2^{-5} = 4^{10-15}\times 2^{-5} = 4^{-5}\times 2^{-5} = (4\times 2)^{-5} = 8^{-5} = \left(\frac{1}{8}\right)^5$.

Portanto, $\frac{\left(4^5\right)^2}{4^{15}}\times 2^{-5} = \left(\frac{1}{8}\right)^5$.

15. Tem-se que:

- o número de alunos do 2.º ciclo (x) foi o triplo do número de alunos do 3.º ciclo (y), pelo que $x=3y$;

- cada aluno do 2.º ciclo pagou um bilhete de 9 euros $(9x)$ e cada aluno do 3.º ciclo pagou um bilhete de 12 euros $(12x)$ num total de 507 euros, pelo que $9x+12y=507$.

Portanto, um sistema que permite determinar o número de alunos do 2.º ciclo e o número de alunos do 3.º ciclo que participaram na visita de estudo é:

$$\begin{cases} x = 3y \\ 9x+12y=507 \end{cases}$$

16. Tem-se que $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BC}$, pelo que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

Resposta: D

17. Tem-se que:

- $O\hat{E}B = 180^\circ - B\hat{E}C = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$;

- $A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{AD}}{2}$, pelo que $A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{AD}}{2} \underset{\overset{\frown}{AD}=56^\circ}{=} \frac{56^\circ}{2} = 28^\circ$.

Portanto, como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , vem que:

$$B\hat{O}C + \underbrace{O\hat{E}B}_{=108^\circ} + \underbrace{A\hat{B}D}_{=28^\circ} = 180^\circ \Leftrightarrow B\hat{O}C = 180^\circ - 108^\circ - 28^\circ \Leftrightarrow B\hat{O}C = 44^\circ$$

18. Os triângulos $[ABI]$ e $[CDI]$ são semelhantes pois têm dois ângulos iguais:

- os ângulos AIB e DIC são iguais por serem verticalmente opostos;

- os ângulos ABI e DCI são iguais por serem alternos internos.

Logo, tem-se que $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{IA}}{\overline{ID}} = \frac{\overline{IB}}{\overline{IC}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{IA}}{\overline{ID}}$.

Resposta: C

FIM