portalmath
matemática online

Prova Final de Matemática
(Prova 92)
1.ª Fase – 27 junho 2019

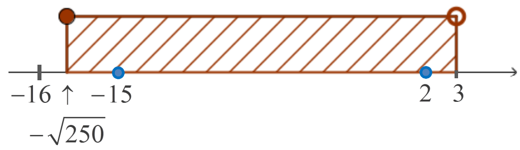
9.º Ano

2018/2019

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

CADERNO 1

1. Como $-\sqrt{250}=-15,811...$ podemos concluir que o menor número inteiro que pertence ao intervalo é -15 e o maior número inteiro que pertence ao intervalo é 2.



2. 2.1. (B) → DF

2.2. Usando o Teorema de Pitágoras podemos concluir que:

$$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=6^2+0,72^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=36+0,5184 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=36,5184$$

$\Leftrightarrow \overline{AC}=\pm\sqrt{36,5184} \Rightarrow \overline{AC}\simeq 6,04\,m \ \left(\overline{AC}>0\right)$, dado que se trata de um comprimento.

<u>Resposta:</u> $\overline{AC}\simeq 6,04\,m$

3. (C) → 189

<u>Nota:</u> ordenando os dez valores do gráfico da Figura 4 (número de praias classificadas como acessíveis, em Portugal, de 2009 a 2018) por ordem crescente obtemos:

$$153\ ;\ 159\ ;\ 175\ ;\ 179\ ;\ \underbrace{\boxed{184\ ;\ 194}}_{\tilde{x}=\frac{184+194}{2}=189}\ ;\ 204\ ;\ 210\ ;\ 214\ ;\ 223$$

Como temos um número par de dados, a mediana é dada pela média dos dois valores centrais.
Logo a mediana deste conjunto de dados é 189.

4. Tendo em conta que 79 milhões $=79\ 000\ 000$, podemos usar uma regra de 3 simples para determinar quanto é 46% desse valor.

$$\begin{array}{ccc} 79\ 000\ 000 & \text{——} & 100\% \\ x & \text{——} & 46\% \end{array} \quad , \quad x=\frac{79\ 000\ 000\times 46}{100}=36\ 340\ 000\ kg=3,634\times 10^7\ kg.$$

<u>Resposta:</u> $3,634\times 10^7\ kg$ de detritos plásticos.

5. (A) → $\sqrt{7}$

<u>Nota:</u> $\sqrt{7}=2,645751311064...\rightarrow$ dízima infinita não periódica (<u>número irracional)</u>

$\frac{1}{7}=0,142857142857...=0,(142857)\rightarrow$ dízima infinita periódica de período 142857

$\sqrt[3]{64}=4\rightarrow$ número inteiro; $\frac{1}{64}=0,015625\rightarrow$ dízima finita.

6. Seja d a distância da asa à superfície da água. Então $d = \overline{AC} + 2,8\,m$.

Usando a trigonometria podemos determinar o valor de $\overline{AC}$.

$sen\,42° = \dfrac{\overline{AC}}{18} \Leftrightarrow 18\,sen\,42° = \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AC} \simeq 12,044\,m$, logo $d = 12,044 + 2,8 = 14,844 \simeq 14,8\,m$.

<u>Resposta:</u> a distância da asa à superfície da água é aproximadamente igual a $14,8\,m$.

7. $V_{\substack{contentor\\ atual}} = V_{cilindro} + V_{semiesfera} = A_b \times h + \dfrac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = \pi \times 2,4^2 \times 7,6 + \dfrac{\frac{4}{3}\times\pi\times 2,4^3}{2} = 43,776\pi + 9,216\pi$

$= 52,992\pi\, dm^3 \simeq 166,48\,dm^3$.

A altura do futuro contentor é obtida somando a altura do cilindro com o raio da semiesfera, logo

$altura_{\substack{futuro\\ contentor}} = 7,6 + 2,4 = 10\,dm$.

Como o volume do futuro contentor será igual ao volume do contentor atual temos:

$V_{\substack{futuro\\ contentor}} = 166,48\,dm^3 \Leftrightarrow A_b \times h = 166,48 \Leftrightarrow A_b \times 10 = 166,48 \Leftrightarrow A_b = \dfrac{166,48}{10} \Leftrightarrow A_b = 16,648\,dm^2$

Como a base do futuro contentor é um quadrado podemos afirmar que $A_{\square} = 16,648\,dm^2$, ou seja, $l_{\square} = \sqrt{16,648} \simeq 4,1\,dm$.

<u>Resposta:</u> a aresta da base do futuro contentor mede aproximadamente $4,1\,dm$.

CADERNO 2

8. 8.1. $p = \dfrac{1}{5}$. <u>Nota:</u> n.º de casos favoráveis $= 1$ (Ana) ; n.º de casos possíveis $= 5$ (Ana, Bruno, Carla, David e Elsa).

8.2. Considera que A → Ana, B → Bruno, C → Carla, D → David e E → Elsa.

$p(escolher\ um\ rapaz\ e\ uma\ rapariga) = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$.

<u>Nota:</u> n.º de casos favoráveis $= 6$; n.º de casos favoráveis $= 10$.
(ver tabela de dupla entrada ao lado).

	A	B	C	D	E
A		A,B	A,C	A,D	A,E
B			B,C	B,D	B,E
C				C,D	C,E
D					D,E
E					

9. 9.1. $2,5\,kms$.

9.2. (B) → $d(t) = 7,5 - 5t$

<u>Nota:</u> o gráfico da função corresponde a uma parte do gráfico de uma função afim. A ordenada na origem é $7,5$, logo as opções (C) e (D) podem ser excluídas.

O declive é negativo e pode ser calculado usando dois pontos, por exemplo, $(0;7,5)$ e $(1;2,5)$, deste modo, $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{2,5 - 7,5}{1 - 0} = -5$, logo a opção correta é a (B).

10. (D) → $-6x + 9$

<u>Nota:</u> $(x-3)^2 - x^2 = \cancel{x^2} - 6x + 9 - \cancel{x^2} = -6x + 9$.

11. $\dfrac{2+x}{3} > 2(x-1) \Leftrightarrow \dfrac{2+x}{3} > \underset{(\times 3)}{\dfrac{2x}{1}} - \underset{(\times 3)}{\dfrac{2}{1}} \Leftrightarrow 2 + x > 6x - 6 \Leftrightarrow x - 6x > -6 - 2 \Leftrightarrow -5x > -8 \Leftrightarrow x < \dfrac{8}{5}$

$S = \left]-\infty, \dfrac{8}{5}\right[$.

12. $10x^2+x-2=0 \underset{\substack{a=10\\ b=1\\ c=-2}}{\Leftrightarrow} x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times10\times(-2)}}{2\times10} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+80}}{20} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{81}}{20} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm9}{20}$

$\Leftrightarrow x=\frac{-1+9}{20} \vee \Leftrightarrow x=\frac{-1-9}{20} \Leftrightarrow x=\frac{8}{20} \vee \Leftrightarrow x=\frac{-10}{20} \Leftrightarrow x=\frac{2}{5} \vee \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$, logo $S=\left\{-\frac{1}{2},\frac{2}{5}\right\}$.

13. $k=10\times9=90$ → constante de proporcionalidade inversa

Logo $15\times a=90 \Leftrightarrow a=\frac{90}{15} \Leftrightarrow a=6$. <u>**Resposta:**</u> $a=6$.

14. Como a diferença entre dois termos consecutivos é sempre 4 (é uma sequência de 4 em 4) podemos concluir que o termo geral da sequência é da forma $4n+b$. Como o primeiro termo é igual a 5 podemos concluir que $b=1$, dado que $4\times1+1=4+1=5$, ou seja, que o termo geral é $4n+1$.

Repara que: $4\times1+1=4+1=5$; $4\times2+1=8+1=9$; $4\times3+1=12+1=13$.

Deste modo $4n+1=4021 \Leftrightarrow 4n=4020 \Leftrightarrow n=\frac{4020}{4} \Leftrightarrow n=1005$.

<u>**Resposta:**</u> o termo de ordem 1005 tem 4021 círculos.

15. $\begin{cases} x+y=51 \\ x+7=2(y-4) \end{cases}$

16. Como $[ABCD]$ é um trapézio sabemos que $\overline{CD}=\overline{DA}$ e como tal $\overset{\frown}{DA}=\overset{\frown}{CD}=110^\circ$.

Deste modo, $\overset{\frown}{AC}=360^\circ-\overset{\frown}{CD}-\overset{\frown}{DA}=360^\circ-110^\circ-110^\circ=140^\circ$.

Uma vez que ADC é um ângulo inscrito na circunferência podemos concluir que $A\hat{D}C=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}=\frac{140^\circ}{2}=70^\circ$.

<u>**Resposta:**</u> $A\hat{D}C=70^\circ$.

17. (C) → ponto C

<u>Nota:</u> $\vec{u}+\vec{v}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EC}$, logo $T_{\vec{u}+\vec{v}}(E)=T_{\overrightarrow{EC}}(E)=E+\overrightarrow{EC}=C$.

18. A altura do triângulo $[ABC]$ relativa ao lado $[BC]$ corresponde a $\overline{AB}$.

Pelo **critério aa** podemos concluir que os triângulos $[ABC]$ e $[ADE]$ são semelhantes (têm ambos um ângulo reto e os ângulos DAE e BAC são geometricamente iguais por serem verticalmente opostos).

Deste modo, como os lados correspondentes são diretamente proporcionais podemos escrever a seguinte proporção:

$\frac{\overline{BC}}{\overline{ED}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \frac{4}{2}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \overline{AB}=2\overline{AD}$.

Por outro lado, sabemos que $\overline{BD}=a \Leftrightarrow \overline{AB}+\overline{AD}=a \Leftrightarrow 2\overline{AD}+\overline{AD}=a \Leftrightarrow 3\overline{AD}=a \Leftrightarrow \overline{AD}=\frac{a}{3}$, e como tal podemos concluir que $\overline{AB}=2\times\overline{AD} \Leftrightarrow \overline{AB}=2\times\frac{a}{3} \Leftrightarrow \overline{AB}=\frac{2}{3}a$.

<u>**Resposta:**</u> $\overline{AB}=\frac{2}{3}a$.