

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 27.01.2010

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

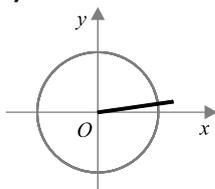
**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste.
A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas
aos itens de escolha múltipla com zero pontos.**

GRUPO I

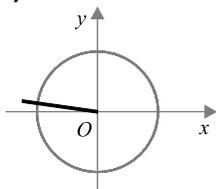
- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correcta.
- Escreva, na sua folha de respostas, **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à opção que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma opção, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Em cada uma das figuras seguintes, está representado, no círculo trigonométrico, a traço grosso, o lado extremidade de um ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox .
Em qual das figuras esse ângulo pode ter 3 radianos de amplitude?

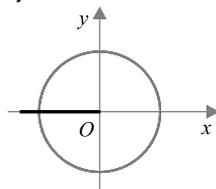
(A)



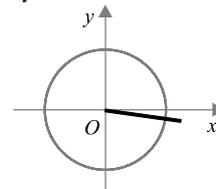
(B)



(C)



(D)



2. Considere a equação trigonométrica $\sin x = 0,1$.
Em qual dos intervalos seguintes esta equação **não** tem solução?

(A) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(B) $[0, \pi]$

(C) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$

(D) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

3. Considere, num referencial o.n. xOy , as rectas r e s , definidas, respectivamente, por:

$$r : (x, y) = (1, 3) + k(2, 0), \quad k \in \mathbb{R} \qquad s : y = \frac{3}{4}x + 1$$

Qual é a amplitude, em graus, do ângulo destas duas rectas (valor arredondado às unidades)?

(A) 37°

(B) 39°

(C) 41°

(D) 43°

GRUPO II

- Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.
- **Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura 1, está representado o quadrado $[ABCD]$ de lado 2

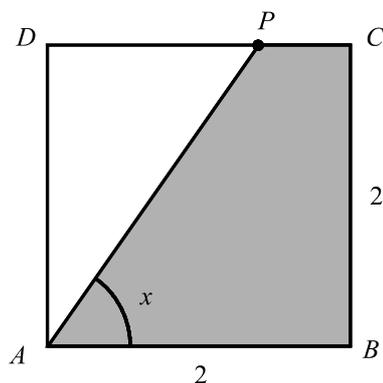


Figura 1

Considere que um ponto P se desloca ao longo do lado $[CD]$, nunca coincidindo com o ponto C , nem com o ponto D

Para cada posição do ponto P , seja x a amplitude, em radianos, do ângulo BAP
 $\left(x \in \left] \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[\right)$

Resolva os três itens seguintes, **sem recorrer à calculadora**, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos.

1.1. Mostre que a área da região sombreada é dada por $4 - \frac{2}{\operatorname{tg} x}$

1.2. Determine o valor de x para o qual a área da região sombreada é $\frac{12 - 2\sqrt{3}}{3}$

1.3. Para um certo valor de x , sabe-se que $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{15}{17}$

Determine, para esse valor de x , a área da região sombreada.

2. Na figura 2, está representada, num referencial o.n. xOy , a circunferência de equação

$$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

O ponto C é o centro da circunferência.

- 2.1. O ponto A , de coordenadas $(0, -2)$, pertence à circunferência.

A recta t é tangente à circunferência no ponto A

Determine a equação reduzida da recta t

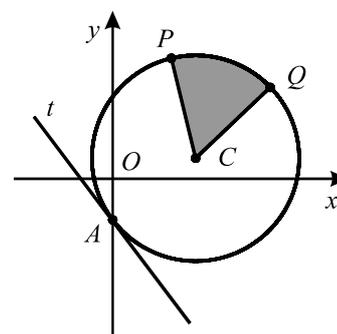


Figura 2

- 2.2. P e Q são dois pontos da circunferência. A área da região sombreada é $\frac{25\pi}{6}$

Determine o valor do produto escalar $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ}$

3. Na figura 3, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$ cuja base está contida no plano xOy

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox
- o ponto B tem coordenadas $(5, 3, 0)$
- o ponto V pertence ao plano de equação $z = 6$
- $6x + 18y - 5z = 24$ é uma equação do plano ADV
- $18x - 6y + 5z = 72$ é uma equação do plano ABV

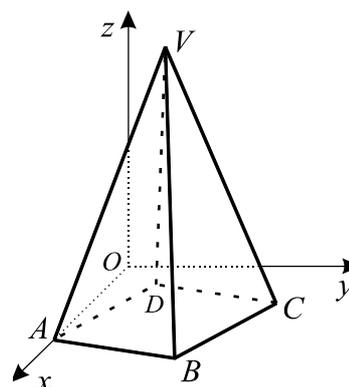


Figura 3

- 3.1. Determine o volume da pirâmide.
- 3.2. Determine as coordenadas do ponto V , **sem recorrer à calculadora**.
- 3.3. Seja S o ponto de coordenadas $(-1, -15, 5)$
Seja r a recta que contém o ponto S e é perpendicular ao plano ADV
Averigúe se a recta r contém o ponto B

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I (5 × 10 pontos) **50 pontos**

GRUPO II **150 pontos**

1. **60 pontos**

1.1. **20 pontos**

1.2. **20 pontos**

1.3. **20 pontos**

2. **35 pontos**

2.1. **20 pontos**

2.2. **15 pontos**

3. **55 pontos**

3.1. **20 pontos**

3.2. **20 pontos**

3.3. **15 pontos**

TOTAL **200 pontos**