



Considere-se a família de funções definida por:

$$f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \log_a x$$

Algumas características deste tipo de funções podem ser resumidas no quadro ao lado.

$a > 1$	$0 < a < 1$
Representações gráficas	
Domínio e contradomínio	
Domínio: \mathbb{R}^+ Contradomínio: \mathbb{R}	
Sentido de variação	
Estritamente crescente	Estritamente decrescente
Assíntotas	
Assíntota vertical: $x = 0$	

Admitindo $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, com $x, y \in \mathbb{R}^+$, da definição de logaritmo decorrem diretamente algumas propriedades, tais como:

- $a^0 = 1 \Leftrightarrow \log_a 1 = 0$
- $a^1 = a \Leftrightarrow \log_a a = 1$
- $\log_a a^x = x \implies$ Esta propriedade é muito utilizada quando se pretende escrever um número num logaritmo de uma base conhecida.

Ex.: 1,5 num logaritmo de base 3, ficaria $1,5 = \log_3 3^{1,5}$

Consideremos a seguinte tabela:

a	x	y	$\log_a x$	$\log_a y$	$\log_a (x \times y)$	$\log_a x + \log_a y$
2	8	4	$\log_2 8 =$	$\log_2 4 =$	$\log_2 (8 \times 4) =$	
3	27	81	$\log_3 27 =$	$\log_3 81 =$	$\log_3 (27 \times 81) =$	

Podemos concluir que:

O logaritmo do produto é igual à soma dos logaritmos de cada um dos fatores

$$\log_a (x \times y) = \log_a x + \log_a y$$

Consideremos a seguinte tabela:

a	x	y	$\log_a x$	$\log_a y$	$\log_a \frac{x}{y}$	$\log_a x - \log_a y$
e	e^2	e^7	$\ln e^2 =$	$\ln e^7 =$	$\ln \frac{e^2}{e^7} = \ln e^{-5} =$	
4	256	16	$\log_4 256 =$	$\log_4 16 =$	$\log_4 \frac{256}{16} = \log_4 16 =$	

Podemos concluir que:

*O **logaritmo do quociente** é igual à **diferença** entre o **logaritmo do numerador** e o **logaritmo do denominador**.*

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

Consideremos a seguinte tabela:

a	x	k	$\log_a x$	$\log_a x^k$	$k \times \log_a x$
2	32	3	$\log_2 32 =$	$\log_2 32^3 = \log_2 32768 =$	
5	25	2	$\log_5 25 =$	$\log_5 25^2 = \log_5 625 =$	

Podemos concluir que:

*O **logaritmo de uma potência** é igual ao **produto** do expoente pelo e **logaritmo da base**.*

$$\log_a x^k = k \times \log_a x$$