

## O número “e”



O Sr. João pretende rentabilizar parte das suas economias, depositando 1000 euros num banco com o objetivo de obter juros.

Consultou cinco bancos e verificou que todos ofereciam juros compostos à taxa anual nominal de 4%, com capitalizações (número de vezes que os juros são acrescentados ao capital, ao longo do ano) variáveis.

A informação recolhida pode resumir-se no seguinte quadro.

## O número “e”

| Banco | Taxa de juro anual<br>(nominal) | Capitalizações |
|-------|---------------------------------|----------------|
| A     | 4%                              | Anuais         |
| B     | 4%                              | Semestrais     |
| C     | 4%                              | Trimestrais    |
| D     | 4%                              | Mensais        |
| E     | 4%                              | Diárias        |

## O número “e”

O Sr. João resolveu analisar quanto teria ao fim de um ano em cada um dos bancos.

- $C_0$  - capital inicial em milhares de euros
- $j$  - taxa de juro anual
- $C$  - capital ao fim de um ano

$$C_0 = 1$$

$$j = 0,04$$

## O número “e”

### Banco A

Como não há capitalizações intermédias, vamos ter

$$C = C_0 + j \times C_0 \quad \text{isto é} \quad C = C_0 \times (1 + j)$$

$$C_0 = 1$$

$$j = 0,04$$

Assim, vamos ter  $C = 1 + 0,04 = 1,04$  milhares de euros

## O número “e”

### Banco B

Capitalizações semestrais (num ano existem 2 semestres)  $j = \frac{0,04}{2}$

Capital no fim do 1.º semestre:  $1 + \frac{0,04}{2}$

Capital no fim do 2.º semestre:  $C = \underbrace{\left(1 + \frac{0,04}{2}\right)}_{\text{Capital no fim do 1.º semestre}} + \underbrace{\frac{0,04}{2} \times \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)}_{\text{Juros relativos ao 2.º semestre}}$

$$\Leftrightarrow C = \left(1 + \frac{0,04}{2}\right) \times \left(1 + \frac{0,04}{2}\right) \Leftrightarrow C = \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^2$$



| Banco | Anuais      | Número de Capitalizações | Capital no fim do ano (milhares de euros)                   |
|-------|-------------|--------------------------|---|
| A     | Anuais      | 1                        | $1 + 0,04 = 1,04$   |
| B     | Semestrais  | 2                        | $\left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^2 = 1,0404$                |
| C     | Trimestrais | 4                        | $\left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^4 \approx 1,040604$        |
| D     | Mensais     | 12                       | $\left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{12} \approx 1,0407415$   |
| E     | Diárias     | 365                      | $\left(1 + \frac{0,04}{365}\right)^{365} \approx 1,0408085$ |
|       |             | $n$                      | $\left(1 + \frac{0,04}{n}\right)^n$                         |

## O número “e”

| $n$       | $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ |
|-----------|----------------------------------|
| 1.000     | 2,71692...                       |
| 10.000    | 2,71815...                       |
| 100.000   | 2,71827...                       |
| 1.000.000 | 2,71828...                       |

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow e \approx 2,71828182846... \quad \text{Número de Neper}$$

## Proposta de trabalho

No centro de um lago circular com 10 metros de raio, observou-se um círculo formado por plantas de uma determinada espécie.

Os biólogos estimam que a área  $A$ , em metros quadrados, coberta pelas plantas,  $t$  meses após a primeira observação



pode ser modelada pela seguinte função:  $A(t) = 2,3 \times e^{0,4t}$ ,  $t \geq 0$ .

a) Calcule  $A(0)$  e interprete o valor obtido no contexto da situação.

b) Calcule o valor da expressão  $\frac{A(8) - A(2)}{6}$ .

Interprete o valor obtido no contexto do problema.



## Proposta de trabalho

- c) Mostre que para  $t \geq 0$ , a expressão  $\frac{A(t+1)}{A(t)}$  representa um valor constante.

Explique o significado desse valor no contexto da situação descrita.

- d) Os biólogos estão a tentar desenvolver um método para tentar “travar” o crescimento das plantas, pois se estas ocuparem completamente o lago isso poderá ser nocivo e provocar danos irreversíveis.

Desde o momento da primeira observação, quanto tempo têm os biólogos para atuarem, por forma a evitar um possível desastre ecológico?