

Admitindo $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, com $x, y \in \mathbb{R}^+$, da definição de logaritmo decorrem diretamente algumas propriedades, tais como:

- $a^0 = 1 \Leftrightarrow \log_a 1 = 0$
- $a^1 = a \Leftrightarrow \log_a a = 1$
- $\log_a a^x = x \implies$ Esta propriedade é muito utilizada quando se pretende escrever um número num logaritmo de uma base conhecida.

Ex.: 1,5 num logaritmo de base 3, ficaria $1,5 = \log_3 3^{1,5}$

Consideremos a seguinte tabela:

a	x	y	$\log_a x$	$\log_a y$	$\log_a (x \times y)$	$\log_a x + \log_a y$
2	8	4	$\log_2 8 =$	$\log_2 4 =$	$\log_2 (8 \times 4) =$	
3	9	81	$\log_3 9 =$	$\log_3 81 =$	$\log_3 (9 \times 81) =$	

Podemos concluir que:

O logaritmo do produto é igual à soma dos logaritmos de cada um dos fatores

$$\log_a (x \times y) = \log_a x + \log_a y$$

Consideremos a seguinte tabela:

a	x	y	$\log_a x$	$\log_a y$	$\log_a \left(\frac{x}{y} \right)$	$\log_a x - \log_a y$
4	256	16	$\log_4 256 =$	$\log_4 16 =$	$\log_4 \left(\frac{256}{16} \right) =$	
e	e^7	e^2	$\ln e^7 =$	$\ln e^2 =$	$\ln \left(\frac{e^7}{e^2} \right) =$	

Podemos concluir que:

*O **logaritmo do quociente** é igual à **diferença** entre o **logaritmo do numerador** e o **logaritmo do denominador**.*

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

Consideremos a seguinte tabela:

a	x	k	$\log_a x$	$\log_a x^k$	$k \times \log_a x, (k \in \mathbb{R})$
2	16	3	$\log_2 16 =$	$\log_2 16^3 =$	
5	25	2	$\log_5 25 =$	$\log_2 25^2 =$	

Podemos concluir que:

*O **logaritmo de uma potência** é igual ao **produto** do expoente pelo **logaritmo da base**.*

$$\log_a x^k = k \times \log_a x$$

Proposta de trabalho



Admita que o nível N de um som, em decibéis, depende da sua intensidade I , em watts por m^2 , e pode ser modelada pela função

$$N(I) = 10 \log(10^{12} I).$$

a) Mostre que $N(I) = 120 + 10 \log I$.

Proposta de trabalho

- b) Sabendo que o nível de ruído de um avião a jato, ouvido por uma pessoa que se encontra no aeroporto, é de 140 decibéis, determine a intensidade do som.

