



1.

1.1. Sendo θ a amplitude do ângulo OAG , tem-se que $\cos \theta = \frac{\vec{AO} \cdot \vec{AG}}{\|\vec{AO}\| \times \|\vec{AG}\|}$.

Tem-se que:

- $\vec{AO} = O - A = -A = (-1, -3, -2)$, logo $\|\vec{AO}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{14}$
- $\vec{AG} = G - A = (2, -1, 3) - (1, 3, 2) = (1, -4, 1)$, logo $\|\vec{AG}\| = \sqrt{1^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{18}$
- $\vec{AO} \cdot \vec{AG} = (-1, -3, -2) \cdot (1, -4, 1) = -1 \times 1 + (-3) \times (-4) + (-2) \times 1 = -1 + 12 - 2 = 9$

de onde resulta que $\cos \theta = \frac{9}{\sqrt{14} \times \sqrt{18}} = \frac{9}{6\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{14}$.

Como $1 + \operatorname{tg}^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Leftrightarrow \operatorname{tg}^2 \theta = \frac{1}{\left(\frac{3\sqrt{7}}{14}\right)^2} - 1 \Leftrightarrow \operatorname{tg}^2 \theta = \frac{1}{9/28} - 1 \Leftrightarrow \operatorname{tg}^2 \theta = \frac{19}{9}$, logo $\operatorname{tg} \theta = \pm \frac{\sqrt{19}}{3}$, e como $\cos \theta > 0$ e

$\theta \in [0, \pi]$, tem-se $\operatorname{tg} \theta > 0$, e portanto $\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{19}}{3}$.

1.2. A superfície esférica que passa em todos os vértices do paralelepípedo tem centro, M , no centro da prisma, isto é, no ponto médio de uma diagonal espacial. Por exemplo, M é o ponto médio do segmento $[AF]$.

Note-se que $F = G + \vec{BC}$, pelo que devem ser determinadas as coordenadas do ponto B .

Repare que B é o ponto de interseção da reta BG com o plano ABC . Como a reta BG é perpendicular ao plano ABC , o vetor diretor de BG tem a mesma direção do vetor normal ao plano ABC , isto é, a mesma direção do vetor $(2, -2, -1)$. Desta forma, uma vez que BG contém, naturalmente, o ponto G , uma equação vetorial que define a reta é:

$$(x, y, z) = (2, -1, 3) + k(2, -2, -1), k \in \mathbb{R}.$$

As coordenadas genéricas de um ponto da reta BG são $(2 + 2k, -1 - 2k, 3 - k)$. Desta forma, ao ponto B corresponde o valor de k tal que:

$$2(2 + 2k) - 2(-1 - 2k) - (3 - k) + 6 = 0 \Leftrightarrow 4 + 4k + 2 + 4k - 3 + k + 6 = 0 \Leftrightarrow 9k = -9 \Leftrightarrow k = -1.$$

Conclui-se, portanto, que o ponto B tem coordenadas $(2 + 2(-1), -1 - 2(-1), 3 - (-1)) = (0, 1, 4)$, logo tem-se:

$$F = G + \vec{BC} = G + C - B = (2, -1, 3) + \left(1, \frac{3}{2}, 5\right) - (0, 1, 4) = \left(3, -\frac{1}{2}, 4\right),$$

pelo que o centro do prisma, M , é então obtido através de:

$$M = \left(\frac{x_A + x_F}{2}, \frac{y_A + y_F}{2}, \frac{z_A + z_F}{2}\right) = \left(\frac{1 + 3}{2}, \frac{3 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{2}, \frac{2 + 4}{2}\right) = \left(2, \frac{5}{4}, 3\right).$$

2. A reta r passa no ponto $(3, -2)$ e no ponto $(0, 4)$, pelo que a sua ordenada na origem, b_r , é 4, e o seu declive, m_r , é dado por $m_r = \frac{4 - (-2)}{0 - 3} = \frac{6}{-3} = -2$. Logo, a equação reduzida da reta r é $y = -2x + 4$.

O ponto B , zero de r , é então o ponto $(x_B, 0)$, tal que $0 = -2x_B + 4 \Leftrightarrow x_B = 2$.

A reta t é perpendicular à reta r , pelo que o seu declive, m_t , é dado por $m_t = -\frac{1}{m_r} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$. Como t passa em $(-4, 0)$, tem-se $y = m_t x + b_t = \frac{1}{2}x + b_t$ tal que $0 = \frac{1}{2}(-4) + b_t \Leftrightarrow b_t = 2$. Logo, a equação reduzida da reta t é $y = \frac{1}{2}x + 2$.

O ponto C é tal que a sua abcissa x_C pode ser determinada através de $-2x_C + 4 = \frac{1}{2}x_C + 2 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x_C = 2 \Leftrightarrow x_C = \frac{4}{5}$. A sua ordenada é $y = -2\left(\frac{4}{5}\right) + 4 = \frac{12}{5}$, concluindo-se que a área do triângulo $[ABC]$ é: $\frac{|x_B - x_A| \times |y_C|}{2} = \frac{|2 - (-4)| \times \left|\frac{12}{5}\right|}{2} = \frac{36}{5}$.

Resposta: (C)

3. A progressão geométrica (u_n) tem primeiro termo de valor k e razão k . Desta forma, o termo geral de (u_n) é $u_n = k \cdot k^{n-1} = k^n$.

O produto dos primeiros 20 termos, P , é dado por:

$$P = u_1 \times u_2 \times u_3 \times \dots \times u_{20} = k^1 \times k^2 \times k^3 \times \dots \times k^{20} = k^{1+2+\dots+20} = k^S, \text{ em que } S = 1 + 2 + \dots + 20 \text{ é a soma dos primeiros 20 termos da progressão aritmética } (v_n) \text{ de termo geral } v_n = n, \text{ vindo então: } S = \frac{u_1 + u_{20}}{2} \times 20 = 10 \times (1 + 20) = 210.$$

$$\text{Como } P = 44\,100 \text{ tem-se } k^{210} = 44\,100 \Leftrightarrow k = \pm (44\,100)^{1/210} \stackrel{k>0}{=} (44\,100)^{1/210} \approx 1,05.$$

4. Como $[OACB]$ é um retângulo, sabe-se que o triângulo $[AOB]$ é retângulo em O . Desta forma, o argumento de z_B , θ_B , obtém-se somando $\frac{\pi}{2}$ radianos ao argumento de z_A , θ_A . Isto é, $\theta_B = \theta_A + \frac{\pi}{2}$.

O número complexo z_B pode ser então escrito como $z_B = |z_B|e^{i\theta_B} = 2e^{i(\theta_A + \frac{\pi}{2})}$, e o número complexo z_A pode ser escrito como $z_A = |z_A|e^{i\theta_A} = e^{i\theta_A}$. Vem então:

$$(z_B)^2 + (z_A)^2 = 2^2 e^{i(2(\theta_A + \frac{\pi}{2}))} + e^{i(2\theta_A)} = 4e^{i(2\theta_A + \pi)} + |z_A|^2 e^{i(2\theta_A)} = (4e^{i\pi} + 1)e^{i(2\theta_A)} = -3e^{i(2\theta_A)} = 3e^{i(2\theta_A + \pi)}.$$

Como $\text{Im}(z_A) > \text{Re}(z_A) > 0$, tem-se $\frac{\pi}{4} < \theta_A < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < 2\theta_A < \pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} < 2\theta_A + \pi < 2\pi$, logo o afixo de $(z_B)^2 + (z_A)^2$ pertence ao quarto quadrante.

Resposta: (D)

5. Como $i^{4n+3} = i^{4n} \times i^3 = 1 \times (-i) = -i$ e $\left(\sqrt{2}e^{i(\frac{\pi}{4})}\right)^3 = (\sqrt{2})^3 e^{i(\frac{3\pi}{4})} = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) = 2\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -2 + 2i$:

$$z = \frac{\sqrt{3} + i^{4n+3}}{2 + (-2 + 2i)} = \frac{\sqrt{3} - i}{2i} = \frac{(\sqrt{3} - i)(-i)}{2(i)(-i)} = \frac{-\sqrt{3}i + i^2}{2(-i^2)} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \text{ logo } \bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

Como o afixo de w está situado no semieixo imaginário negativo tem-se $w = -|w|i$, tal que:

$$\bar{z} + w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - |w|i = -\frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - |w|\right)i$$

$$\text{Como } \text{Arg}(\bar{z} + w) = -\frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{\text{Im}(\bar{z} + w)}{\text{Re}(\bar{z} + w)} = \text{tg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - |w|}{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} - |w| = -\frac{\sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow |w| = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow |w| = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{de onde se conclui que } w = -\frac{2\sqrt{3}}{3}i = \frac{2\sqrt{3}}{3}e^{i(-\frac{\pi}{2})}.$$

6. Seja n a linha do Triângulo de Pascal tal que o valor do seu sexto elemento, nC_5 , é igual ao valor do seu décimo oitavo elemento, ${}^nC_{17}$. Ora ${}^nC_5 = {}^nC_{17} \Leftrightarrow n - 5 = 17 \Leftrightarrow n = 22$. Logo, $b = {}^{22}C_5 = 26\,334$.

A linha seguinte é a linha 23 que tem 24 elementos. Como ${}^{23}C_4 < b < {}^{23}C_5$, conclui-se que os elementos de ordem menor igual a 4 e, por simetria, os elementos de ordem maior que 19 são menores que b . Isto é, existem 10 elementos cujo valor é menor que b . Como não existe nenhum elemento igual a b , pode-se concluir que os restantes 14 elementos são maiores que b . A probabilidade pedida é então $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$.

Resposta: (D)

7. Os números formados múltiplos de 5 terminam com um algarismo 0 ou um algarismo 5:

- **caso terminem com um algarismo 0:** considerando que o outro algarismo 0 não pode ocupar a primeira posição, é necessário colocar este algarismo numa das outras 4 posições, o que pode ser feito de 4 formas. Os restantes dois algarismos 5 e dois algarismos 6 podem ser colocados de ${}^4C_2 \times {}^2C_2 = 6$ formas. Existem então 24 números nestas condições.
- **caso terminem com um algarismo 5:** considerando que os algarismos 0 não podem ocupar a primeira posição, é necessário colocar estes numa das outras 4 posições, o que pode ser feito de ${}^4C_2 = 6$ formas. Os restantes três algarismos (um algarismo 5 e dois algarismos 6) podem ser colocados de ${}^3C_1 \times {}^2C_2 = 3$ formas. Existem então 18 números nestas condições.

Conclui-se que existem $18 + 24 = 42$ números nas condições do enunciado.

Resposta: (A)

8. Seja A o acontecimento "O membro do clube frequenta a piscina", e B o acontecimento "O membro do clube frequenta a sala de musculação". Do enunciado, vem que: $P(A) = \frac{1}{4}P(B)$, $P(A \cup B) = 2P(\bar{A} \cap \bar{B})$, e $P(A|\bar{B}) = \frac{1}{6}$.

Pretende-se determinar $P(A)$. Tem-se que:

$$P(A \cup B) = 2P(\bar{A} \cap \bar{B}) \Leftrightarrow P(A \cup B) = 2(1 - P(A \cup B)) \Leftrightarrow P(A \cup B) = 2 - 2P(A \cup B) \Leftrightarrow 3P(A \cup B) = 2 \Leftrightarrow P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

Logo:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) = \frac{2}{3} &\Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow P(B) + P(A \cap \bar{B}) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow P(B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B}) = \frac{2}{3} \\ &\Leftrightarrow P(B) + (1 - P(B)) \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow P(B) + \frac{1}{6} - \frac{1}{6}P(B) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{6}P(B) = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \Leftrightarrow P(B) = \frac{1/2}{5/6} \Leftrightarrow P(B) = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

de tal forma que $P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$.

9. Como $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = 2$, tem-se $f(2) = \frac{3}{2}$, logo:

$$\begin{aligned} f(2) = \frac{3}{2} &\Leftrightarrow \log_4(2^{k \times 2} + 2 \times 2) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2^{2k} + 4 = 4^{3/2} \Leftrightarrow 4(2^{2k-2} + 1) = (2^2)^{3/2} \Leftrightarrow 2^{2k-2} + 1 = \frac{2^3}{4} \Leftrightarrow 2^{2k-2} = 1 \\ &\Leftrightarrow 2k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \end{aligned}$$

Resposta: (A)

10.

10.1. Tem-se:

$$\begin{aligned} n'(t) &= \left((4,5t^2 + 12t)e^{2-t} \right)' = (4,5t^2 + 12t)' e^{2-t} + (4,5t^2 + 12t) (e^{2-t})' = (9t + 12)e^{2-t} + (4,5t^2 + 12t)(-e^{2-t}) \\ &= e^{2-t} (9t + 12 - 4,5t^2 - 12t) = e^{2-t} (-4,5t^2 - 3t + 12) \end{aligned}$$

pelo que os zeros de n' são:

$$n'(t) = 0 \Leftrightarrow e^{2-t} (-4,5t^2 - 3t + 12) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{e^{2-t} = 0}_{\text{Impossível}} \vee -4,5t^2 - 3t + 12 = 0, \text{ visto que } e^{2-t} > 0, \forall t \in [0,6]. \text{ Os zeros de}$$

n' são então as soluções em $[0,6]$ da equação $-4,5t^2 - 3t + 12 = 0$:

$$\begin{aligned} -4,5t^2 - 3t + 12 = 0 &\Leftrightarrow t = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times (-4,5) \times 12}}{2 \times (-4,5)} \Leftrightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{225}}{-9} \Leftrightarrow t = \frac{3+15}{-9} \vee t = \frac{3-15}{-9} \\ &\Leftrightarrow t = -2 \vee t = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

pelo que se conclui que o único zero de n' é $t = \frac{4}{3}$.

Estudando o sinal de n' vem:

t	0		$4/3$		6
$n'(t)$	+	+	0	-	-
$n(t)$	mín.	↗	Máx.	↘	mín.

de onde se conclui que o número de visitantes a ver o anúncio do Afonso foi máximo $4/3$ dias após ter sido publicado, isto é, $4/3 \times 24 = 32$ horas após ter sido publicado (8 horas de terça-feira).

- 10.2. Às 0 horas de quarta-feira equivale $t = 2$. Logo, o número de utilizadores a ver o anúncio do Afonso nesse instante é $n(2) = 42$. Como existiam 100 utilizadores do site na secção de consolas, conclui-se que 58 desses não estavam a ver o anúncio do Afonso.

A probabilidade de, selecionando 4 utilizadores entre os utilizadores do site na secção de consolas nesse instante, pelo menos um estar a visitar o anúncio do Afonso pode ser dada por $p = 1 - \frac{{}^{58}C_4}{{}^{100}C_4} \approx 0,89$.

11. Tem-se $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ tal que:

$$g(f(x)) = 2 \left(\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right)^2 - 1 \stackrel{(1)}{=} 2 \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \left(\sin^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\stackrel{(2)}{=} \cos \left(2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \cos \left(2x + \frac{\pi}{2} \right) \stackrel{(3)}{=} -\sin(2x)$$

em que se utilizou a fórmula fundamental da trigonometria $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ em (1), o facto de $\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ em (2), e a redução $\cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) = -\sin \theta$ em (3).

Resposta: (B)

12. Como a reta de equação $y = 2x - 1$ é assíntota do gráfico da função g , função de domínio \mathbb{R}^+ , tem-se que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 2$.
Desta forma tem-se que:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln[g(x)] + x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln[g(x)]}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln[g(x)] - \ln x + \ln x}{x} + 1 = 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \left(\frac{g(x)}{x} \right) + \ln x}{x}$$

$$= 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \left(\frac{g(x)}{x} \right)}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} \stackrel{(1)}{=} 1 + \frac{\ln \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} \right)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} x} + 0 \stackrel{(2)}{=} 1 + \frac{\ln 2}{+\infty} = 1$$

em que se utilizou o limite notável $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ em (1), e o facto de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 2$ em (2).

Resposta: (B)

13.

13.1. A reta tangente ao gráfico de f no ponto a tem declive $f'(a)$. Como esta reta é paralela ao eixo Ox , tem-se que $f'(a) = 0$.
Como $a > 2$, tem-se que a derivada de f para $x > 2$ é dada por:

$$f'(x) = \left(\frac{4}{\sqrt{x-1}} + \ln(x-1) \right)' = 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} \right)' + (\ln(x-1))' = 4 \times \left(-\frac{(\sqrt{x-1})'}{(\sqrt{x-1})^2} \right) + \frac{(x-1)'}{x-1} = 4 \times \left(-\frac{1}{2\sqrt{x-1}} \right) + \frac{1}{x-1}$$

$$= -\frac{2}{(\sqrt{x-1})(x-1)} + \frac{1}{x-1} = \frac{\sqrt{x-1} - 2}{(\sqrt{x-1})(x-1)}$$

Como $f'(a) = 0$, tem-se:

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a-1} - 2}{(\sqrt{a-1})(a-1)} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{a-1} - 2 = 0 \wedge (\sqrt{a-1})(a-1) \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{a-1} = 2 \wedge \underbrace{a \neq 1}_{a > 2} \Leftrightarrow a - 1 = 4 \Leftrightarrow a = 5$$

pele que se conclui que o valor de a é 5.

13.2. A função f é contínua no ponto $x = 2$ se e só se $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$. Tem-se que:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = \frac{4}{\sqrt{2-1}} + \ln(2-1) = 4 + \ln 1 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{e^{2x-4} + x - 3}{2-x} \stackrel{(1)}{=} \lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{e^{2(y+2)-4} + y + 2 - 3}{2-(y+2)} = \lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{e^{2y} - 1 + y}{-y} = -2 \lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{e^{2y} - 1}{2y} - \lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{y}{y}$$

$$\stackrel{(2)}{=} -2 \times \lim_{2y \rightarrow 0^-} \frac{e^{2y} - 1}{2y} - 1 \stackrel{(3)}{=} -2 \times 1 - 1 = -3$$

em que se usou a mudança de variável $y = x - 2$ em (1). Repare-se que $x \rightarrow 2^- \Rightarrow y \rightarrow 0^-$, e ainda $x = y + 2$. Em (2), utilizou-se o facto de $y \rightarrow 0^- \Rightarrow 2y \rightarrow 0^-$. Por fim, utilizou-se o limite notável $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1$ em (3).

Como $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, tem-se que f não é contínua em $x = 2$.

14. O gráfico da função cuja expressão analítica é $h(x - 2)$ obtém-se através de uma translação horizontal do gráfico de h em 2 unidades no sentido positivo. Desta forma, tem-se que a tabela de sinal de g'' é:

x	$-\infty$	2		3	$+\infty$
$h(x - 2)$	+	0	-	0	+
$2 - x$	+	0	-	-	-
$g''(x)$	+	0	+	0	-
$g(x)$	∪		∪	p.i	∩

De onde se conclui que o gráfico de g admite exatamente um ponto de inflexão no ponto de abcissa 3, e que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima em $[-2, -1]$. Logo, a afirmação **I**) é verdadeira e a afirmação **II**) é falsa.

Resposta: (B)

15. Repare-se que $g(x) = \frac{\cos^2 x}{x^2} - \frac{\cos x}{x} + 1 = \left(\frac{\cos x}{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = \left(\frac{\cos x}{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}, \forall x \in D_g$.

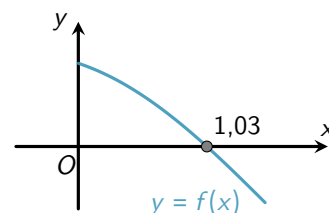
Repare então que g admite um mínimo quando $\frac{\cos x}{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \overset{x \neq 0}{2 \cos x = x}$.

Seja f a função, de domínio $[1, 2]$, definida por $f(x) = 2 \cos x - x$. A função f é obtida através da diferença de duas funções contínuas (trigonométrica e afim). Desta forma, conclui-se que f é contínua em $[1, 2]$.

Como $f(1) = 2 \cos 1 - 1 \approx 0,08$ e $f(2) = 2 \cos 2 - 2 \approx -2,83$, tem-se que $f(1) \times f(2) < 0$. O Corolário do Teorema de Bolzano-Cauchy garante então que existe, pelo menos, uma solução da equação $f(x) = 0$, isto é, da equação $2 \cos x = x$ em $]1, 2[$. Está então garantida a existência de, pelo menos, um minimizante da função g em $]1, 2[$.

Na figura ao lado está representada parte do gráfico de f . Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora poderão determinar-se as soluções da equação $f(x) = 0$.

Conclui-se então que f admite um e um só zero em $]1, 2[$, no ponto de abcissa 1,03. Conclui-se, portanto, que o minimizante de g em $]1, 2[$ é 1,03.



FIM