



7.º ANO | 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

# MATEMÁTICA

## INTRODUÇÃO

### Porque devem todos aprender Matemática?

A Matemática tem um lugar privilegiado no currículo de inúmeros países, que se justifica por dois argumentos diferentes:

- Nenhum ser humano pode ficar privado de conhecer e tirar partido do património ímpar, científico e cultural, que a Matemática constitui. Uma experiência matemática adequada proporciona às crianças e jovens a possibilidade de desenvolvimento pessoal cognitivo e dota-os de ferramentas intelectuais relevantes para melhor conhecer, compreender e atuar no mundo em que vivem, prosseguir estudos, aceder a uma profissão e exercer uma cidadania democrática.
- Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em rápida mudança, impulsionado por inovações tecnológicas. O desenvolvimento da literacia matemática, que a OCDE define como a capacidade de um indivíduo raciocinar matematicamente e formular, empregar e interpretar a Matemática

para resolver problemas numa variedade de contextos do mundo real, é crucial para que uma pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável.

Neste contexto, a *universalidade* é um princípio essencial para a aprendizagem da Matemática que este documento curricular assume. Dirige-se a todos os alunos, propondo abordagens adequadas às suas idades e, simultaneamente, com elevado nível de desafio cognitivo, afirmando inequivocamente que ninguém pode ficar excluído da Matemática e que todos podem ser sujeitos de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes.

### Para quê aprender Matemática no século XXI?

Este documento curricular define um conjunto de objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, valorizando uma perspetiva de literacia matemática. Define oito objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber:

1. Desenvolver uma **predisposição positiva** para aprender Matemática e relacionar-se de forma produtiva com esta disciplina nos diversos contextos em que surge como necessária. Isto pressupõe a possibilidade de crianças e jovens aprenderem Matemática usufruindo dela com **gosto** e acompanhadas de um sentimento crescente de **autoconfiança** na sua capacidade de lidar de modo autónomo com a Matemática. O gosto e a autoconfiança são ambos fatores essenciais que interferem positivamente com a predisposição para a aprendizagem, pelo que o seu desenvolvimento deve ser estrategicamente cuidado, de forma continuada, no desenrolar do processo de ensino da Matemática.
2. **Compreender e usar**, de forma fluente e rigorosa, com significado e em situações diversas, **conhecimentos matemáticos**, conceitos, procedimentos e métodos, dos domínios dos **Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, e Geometria**. Os conhecimentos matemáticos constituem ferramentas fundamentais a mobilizar no trabalho em Matemática e na sua interação com outras áreas do saber ou da realidade. Os alunos devem ter oportunidade de ter acesso a estes conhecimentos e reconhecer o seu valor, compreendendo o que significam, como se relacionam, que potencialidades têm para interpretar e modelar o mundo e resolver problemas.
3. Desenvolver a capacidade de **resolver problemas** recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática e todos os alunos devem ter oportunidade de se tornarem, progressivamente, mais eficazes a resolver problemas.
4. Desenvolver a capacidade de **raciocinar matematicamente**, de forma a compreenderem o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O raciocínio matemático é uma atividade central da Matemática que inclui a formulação de conjeturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros. Todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver progressivamente raciocínios abstratos, usando linguagem matemática com a sofisticação adequada.
5. Desenvolver a capacidade de **pensamento computacional**, forma de pensar que tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática de diversos países. O pensamento computacional favorece o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a

abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.

6. Desenvolver a capacidade de **comunicar matematicamente**, de modo a partilharem e discutirem as suas ideias matemáticas, em processos de colocação e resposta a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.
7. Desenvolver a capacidade de usar **representações múltiplas**, por forma a conseguirem diversificar as opções para sustentar o raciocínio e a comunicação matemática, e também a se apropriarem da informação a que podem ter acesso por canais, formatos e representações em constante evolução. As ideias matemáticas são especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação, e a compreensão plena depende da familiaridade e fluência que os alunos têm com as várias formas de representação. A tecnologia desempenha um papel especialmente relevante por facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e análises com maior detalhe ou magnitude, inacessíveis sem os recursos tecnológicos.
8. Desenvolver a capacidade de estabelecer **conexões matemáticas**, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa. As conexões internas ampliam a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos que nelas estão envolvidos, e estabelece relações entre os diversos domínios da Matemática. As conexões externas da Matemática com distintas áreas do conhecimento, como as Artes, as Ciências ou as Humanidades, ou com situações diversas dos contextos da realidade, possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em vários campos ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática.

### O que aprender de Matemática?

Este documento curricular considera como conteúdos de aprendizagem um conjunto de **capacidades matemáticas e de conhecimentos matemáticos**, relativos a diversos domínios que se revelam essenciais como ferramentas numa Matemática do século XXI.

#### Capacidades matemáticas

Resolução de problemas  
Raciocínio matemático  
Pensamento computacional  
Comunicação matemática  
Representações matemáticas  
Conexões matemáticas

#### Conhecimentos matemáticos

Números – Quantidade  
Álgebra – Variação e relações  
Dados e Probabilidades – Dados e Incerteza  
Geometria – Espaço e forma

As **capacidades matemáticas** são valorizadas em cada ano de escolaridade como um conteúdo de aprendizagem, assumindo objetivos específicos próprios que detalham os objetivos gerais focados relativamente a estas capacidades. No entanto, são também explicitamente referidas nos objetivos de aprendizagem dos domínios de conhecimento matemático, quando oferecem oportunidade de dar intencionalidade ou acrescentar profundidade e riqueza às aprendizagens dos alunos.

Os domínios de **conhecimento matemático** são abordados em todos os anos de escolaridade, com graus sucessivos de aprofundamento e completamento e com progressivos níveis de formalismo. Sobre cada um, o documento curricular foca a ênfase mais relevante a explorar:

**Números:** Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão do sentido de número, relacionando-os com a forma como são usados no dia a dia, e usem o conhecimento dos números e das operações para resolver problemas matemáticos que envolvam **quantidade** em contextos diversos, em especial do mundo real. Destaca-se a importância do **cálculo mental**, bem como de saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados.

**Álgebra:** Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão da **variação** em situações diversas, sejam capazes de identificar **relações** matemáticas, de expressar a generalidade por representações adequadas e de usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões. Destaca-se a importância de desenvolver o **pensamento algébrico** desde o 1.º ciclo, com ênfase numa abordagem de aritmética generalizada.

**Dados e Probabilidades:** Importa que os alunos sejam capazes de usar **dados** para produzir informação para conhecer o que os rodeia, lidar com a **incerteza**, fundamentar decisões e colocar novas questões. É importante que os alunos tenham oportunidade de realizar regularmente o estudo de situações concretas reais de interesse, implicando-se na formulação de questões, recolha e análise de dados e divulgação de conclusões. Interessa igualmente que os alunos tenham oportunidade de conhecer e refletir sobre o que envolve o trabalho com dados nos seus múltiplos aspetos, sem necessidade de recolher os próprios dados, e analisar criticamente estudos realizados por outros e divulgados nos *media*. Destaca-se a valorização do desenvolvimento da **literacia estatística** e do **raciocínio probabilístico** desde os primeiros anos.

**Geometria:** Importa que os alunos desenvolvam o **raciocínio espacial**, com ênfase na visualização e na orientação espacial, essenciais para a compreensão do **espaço** em que se movem, e conheçam e operem com figuras no plano e no espaço, estabelecendo relações espaciais e reconhecendo a sua relevância na criação e construção de objetos de contextos diversos. Os alunos devem também poder comparar, estimar e determinar medidas em vários contextos e, relativamente ao dinheiro, abordar a literacia financeira.

Reforçando a articulação com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, este documento curricular elege algumas **capacidades e atitudes transversais** que mais diretamente se relacionam com a Matemática. Elas contribuem para uma educação matemática mais articulada com a educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos. Estas capacidades e atitudes transversais devem ser alvo de desenvolvimento continuado ao longo dos anos de escolaridade, em todos os domínios de conteúdo.

**Capacidades transversais**

Pensamento crítico  
Criatividade  
Colaboração  
Autorregulação

**Atitudes transversais**

Autoconfiança  
Perseverança  
Autonomia  
Valorização do papel da Matemática

**Como aprender Matemática?**

Os alunos aprendem Matemática fundamentalmente a partir das oportunidades que os professores lhes proporcionam. Este documento curricular valoriza um conjunto de orientações metodológicas, a explorar pelos professores, que favorecem o alcançar dos objetivos de aprendizagem pelos alunos:

- **Papel do aluno:** Implicar os alunos no processo de aprendizagem, segundo uma abordagem dialógica, é fundamental na promoção do sucesso em Matemática. Proporcionar o exercício da sua agência e autonomia é essencial para a autorregulação da capacidade de aprender. O desenvolvimento do sentimento de pertença ou integração na comunidade de aprendizagem que é a turma cria condições favoráveis à aprendizagem de todos.
- **Dinâmica da aula:** É essencial proporcionar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam durante a exploração de uma tarefa, e sistematizem coletivamente as aprendizagens matemáticas que emergem. Estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes transversais, que devem estar presentes na abordagem e exploração de cada tarefa, em qualquer área de conteúdo.
- **Tarefas:** A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Este documento curricular preconiza o uso de tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, e destaca as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a vida real, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.
- **Articulação de conteúdos:** Este documento curricular destaca a importância de mobilizar, sempre que oportuno, conhecimentos de diferentes domínios na abordagem de uma mesma situação/tarefa. Esta estratégia permite rentabilizar as explorações matemáticas associadas a uma situação/tarefa, e dar relevo às conexões internas da Matemática. Só assim, o aluno pode desenvolver uma visão integrada, e não compartimentada, do saber e da sua relação com o mundo em que vive.
- **Modos de trabalho:** As modalidades de trabalho a adotar com os alunos devem ser diversificadas e escolhidas em função do objetivo de aprendizagem e da tarefa a realizar. Atendendo à necessidade de promover a colaboração, o documento curricular valoriza os modos de trabalho em que os alunos interagem uns com os outros, e também formas de organização em que os alunos trabalham de forma

independente do professor, individualmente ou em pequenos grupos, seguidos de uma discussão coletiva, o que potencia o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

- **Recursos/tecnologia:** A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os materiais manipuláveis devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas. As **ferramentas tecnológicas** devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A literacia digital dos alunos deve incluir a realização de cálculos, a construção de gráficos, a realização de simulações, a recolha, organização e análise de dados, a experimentação matemática, a investigação e a modelação, a partilha de ideias. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robôs, aplicações disponíveis na Internet e *software* para tratamento estatístico, geometria, funções, modelação, e ambientes de programação visual. A **Internet** deve constituir-se como fonte importante de acesso à informação ao serviço do ensino e da aprendizagem da Matemática. A utilização da **calculadora** contempla tanto o objeto tradicional como as aplicações instaladas em dispositivos móveis com funcionalidades semelhantes ou ampliadas e aplicações disponíveis na Internet. A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um caráter instrumental, não como um fim em si mesmo, para promover aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspetivas sobre objetos matemáticos estudados, com influência determinante na natureza das propostas apresentadas pelo professor.

#### Como avaliar as aprendizagens em Matemática?

A avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos. Duas razões principais são de destacar:

- uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma significativa para as aprendizagens dos alunos;
- o foco da avaliação sumativa, o que é testado em cada momento formal, estabelece de forma inequívoca o que é realmente importante saber, correndo-se o risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar.

Este documento curricular assume a importância da **avaliação formativa**. De forma a garantir a coerência com o propósito fundamental da avaliação formativa, o de regular as aprendizagens matemáticas dos alunos (e o ensino do professor), devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. A forma como a avaliação formativa se concretiza no trabalho quotidiano com os alunos é muito variada, podendo ter uma natureza formal ou informal. Contudo, dificilmente se conseguem encontrar estratégias de avaliação formativa eficazes que não incluam o *feedback*, seja ele oral ou escrito.

Não existe um único instrumento que seja simultaneamente adequado a todo o tipo de aprendizagens matemáticas que se espera que os alunos desenvolvam, pelo que importa diversificar os instrumentos de avaliação para recolha de informação. Por exemplo, se o foco for a aquisição de conhecimentos de factos ou procedimentos matemáticos, um instrumento a ser respondido na forma escrita, individual e em tempo limitado, como sejam uma questão de aula ou um teste, pode ser adequado. Mas se o objeto de avaliação for a capacidade de resolução de problemas ou de raciocínio matemático, a realização de uma tarefa, em tempo alargado, que faça apelo a uma destas

capacidades, poderá ser mais adequado. A apresentação e discussão oral desta resolução poderá ser uma forma de avaliar a capacidade de comunicação matemática dos alunos. Já a realização de um pequeno projeto, a pares ou em grupo, poderá fornecer ao professor e aos alunos evidências da sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas com outras disciplinas ou da sua literacia estatística.

Para que a avaliação, enquanto atividade de comunicação, realmente aconteça, é imprescindível discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação para cada tipologia de aprendizagens ou de tarefas a realizar (por exemplo, o que é importante na resolução de problemas? O que os alunos têm de evidenciar para revelarem ter capacidade de resolver problemas?). A apropriação dos critérios de avaliação por parte dos alunos constitui um importante contributo para o desenvolvimento da sua capacidade de **autorregulação**.

### Como é que este documento apoia o trabalho do professor que ensina Matemática?

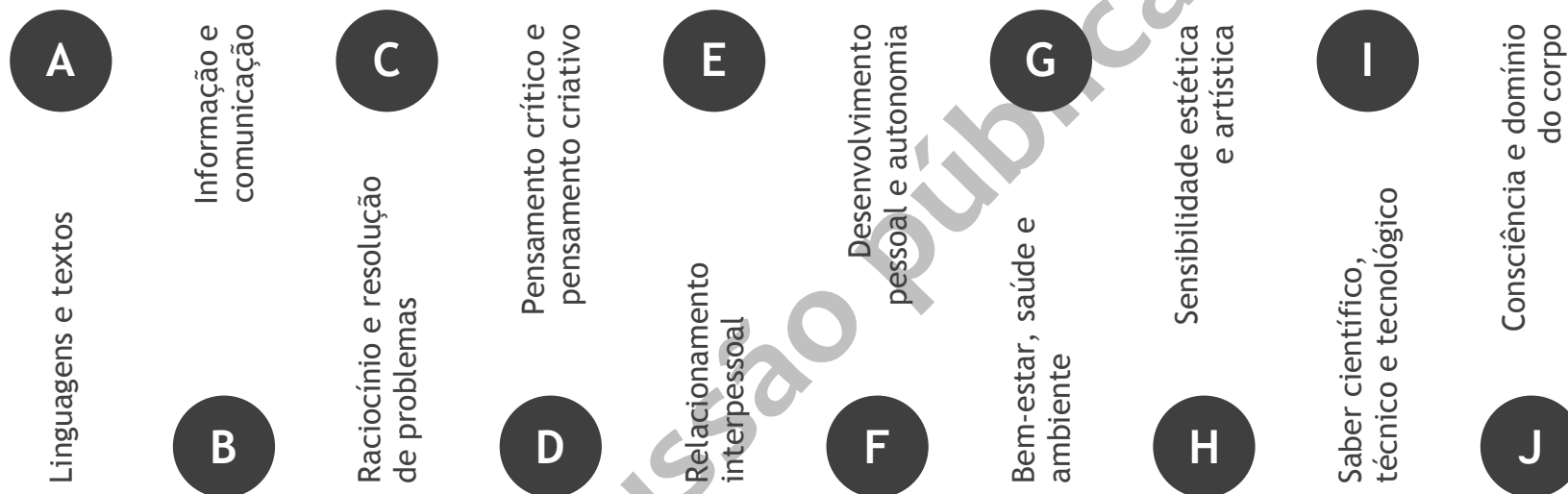
O professor é um elemento-chave mediador das aprendizagens matemáticas dos alunos. O trabalho que realiza vai necessariamente determinar o que aprendem e como aprendem, sendo fundamentais as suas escolhas relativamente à abordagem dos conteúdos de aprendizagem e às orientações metodológicas que integram o documento curricular. Expresso no formato das Aprendizagens Essenciais, este documento curricular apresenta-se organizado em quatro colunas, que importa distinguir:

1. **Temas e tópicos matemáticos:** Identifica os conceitos matemáticos a abordar ao longo do ano de escolaridade, sem pretender estabelecer uma ordem sequencial;
2. **Objetivos de aprendizagem – conhecimentos, capacidades e atitudes:** Explicita as aprendizagens que o aluno deve revelar relativamente a cada tópico matemático, incidindo nos conhecimentos e nas capacidades matemáticos definidos neste documento curricular;
3. **Ações estratégicas de ensino do professor:** Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para a promoção dos objetivos de aprendizagem definidos, relativos aos conteúdos matemáticos e também às capacidades e atitudes transversais ancoradas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Inclui também exemplos de abordagens aos conhecimentos, tarefas a propor aos alunos e o modo de as explorar, para clarificação e ilustração das orientações metodológicas a que diz respeito;
4. **Áreas de competências do Perfil dos Alunos:** Indica as áreas de competências definidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória cujo desenvolvimento é promovido, de forma explícita, pelas ações estratégicas do professor.

Assim, este documento curricular estabelece uma ligação entre as aprendizagens matemáticas visadas, as indicações metodológicas e as áreas de competências, conhecimentos, capacidades e atitudes, definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

O professor encontra neste documento um recurso de trabalho que lhe permitirá delinear o seu ensino, que necessariamente terá de adequar aos seus contextos e às características das suas turmas. Reconhecer que aprender Matemática é um direito universal de todos implica desenvolver práticas que promovam a inclusão, querendo isto dizer que a diferenciação é uma ideia-chave a estar presente nas preocupações do professor relativamente ao quotidiano da sala de aula.

ÁREAS DE  
COMPETÊNCIAS  
DO PERFIL DOS  
ALUNOS (ACPA)





## OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>CAPACIDADES MATEMÁTICAS</b></p> <p><b>Resolução de problemas</b></p> <p>Processo</p> <p>Estratégias</p>	<p>Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).</p> <p>Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia.</p> <p>Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.</p>	<p>Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática.</p> <p>Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes.</p> <p>Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.</p> <p>Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama.</p> <p>Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

<b>Raciocínio matemático</b>	<p>Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p>	<p>Proporcionar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos solicitando, de forma explícita, processos como conjecturar, generalizar e justificar [Exemplo: Será que o produto de duas frações positivas é sempre maior do que cada um dos fatores? Justifica a tua resposta. Sendo <math>n</math> um número natural, será que <math>n^2+n+17</math> é sempre um número primo? Justifica a tua resposta].</p> <p>Apoiar os alunos na procura e reconhecimento de regularidades em objetos em estudo, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente, e valorizando a sua criatividade.</p>	A, C, D, E, F, I
<b>Conjeturar e generalizar</b>			
<b>Classificar</b>	<p>Classificar objetos atendendo às suas características.</p>	<p>Incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos agrupando-os com base em características matemáticas.</p>	
<b>Justificar</b>	<p>Distinguir entre testar e validar uma conjectura.</p> <p>Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.</p> <p>Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura/generalização.</p>	<p>Promover a comparação pelos alunos, a partir da análise das suas resoluções, entre testar e validar uma conjectura, destacando a diferença entre os dois processos, e desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Favorecer, através da resolução de diversas tarefas, o conhecimento de diferentes formas de justificar, como seja, por coerência lógica, pelo uso de exemplos genéricos ou de contraexemplos, por exaustão e por redução ao absurdo. Após familiarização com estas diferentes formas, orquestrar uma discussão com toda a turma sobre as suas diferenças e sua adequação, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Proporcionar a análise, a pares ou em grupo, de justificações feitas por outros, incentivando o fornecimento de <i>feedback</i> aos colegas, valorizando a aceitação de diferentes pontos de vista e promovendo a autorregulação pelos alunos.</p>	
<b>Pensamento computacional</b>			C, D, E, F, I
<b>Abstração</b>	<p>Extrair a informação essencial de uma tarefa de</p>	<p>Criar oportunidades para que os alunos representem problemas de forma simplificada, concentrando-se na informação mais importante em detrimento de detalhes</p>	

	modo a reduzir a sua complexidade e facilitar a estruturação da sua resolução.	desnecessários e identificando princípios que possam ser aplicados noutros problemas similares.	
Decomposição	Estruturar tarefas por etapas menos complexas e mais fáceis de gerir.	Incentivar a identificação de elementos importantes e estabelecer ordens entre eles na execução de uma tarefa, criando oportunidades para os alunos decompor a tarefa em partes mais simples, diminuindo desta forma a sua complexidade.	
Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes.	Incentivar a identificação de padrões durante a resolução de problemas, solicitando que os alunos os descrevam e realizem previsões com base nos padrões identificados.	
Algoritmia	Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema dado, nomeadamente recorrendo à tecnologia.	Promover o desenvolvimento de práticas que visem estruturar, passo a passo, o processo de resolução de um problema, incentivando os alunos a criarem algoritmos que possam descrever essas etapas, nomeadamente com recurso à tecnologia, promovendo a criatividade e valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão de todos.	
Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	Incentivar os alunos a raciocinarem por si mesmos e a definirem estratégias de testagem e "depuração" (ou correção), quando algo não funciona da forma esperada ou planeada ou tem alguma imprecisão, com o intuito de encontrar erros e melhorarem as suas construções, incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática e promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.	
Comunicação matemática			A, C, E, F
Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e	Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem,	

	<p>processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p>	<p>questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.</p> <p>Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas.</p> <p>Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos, favorecendo a autorregulação dos alunos [Exemplos: Questão para obter informação: Que informação tiras do gráfico?; Questão para apoiar o raciocínio: Porque é que é sempre mais 4?; Questão para encorajar a reflexão: O que existe de diferente entre estas duas resoluções?].</p>	
<p>Discussão de ideias</p>	<p>Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.</p>	<p>Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	
<p>Representações matemáticas</p>			<p>A, C, D, E, F, I</p>
<p>Representações múltiplas</p>	<p>Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.</p> <p>Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.</p>	<p>Adotar representações físicas diversas para simular situações matemáticas, especialmente com alunos mais novos, não só com recurso a materiais manipuláveis, mas também com a dramatização de processos durante a resolução de problemas.</p> <p>Solicitar aos alunos que façam representações visuais (desenho, diagramas, esquemas...) para explicar aos outros a forma como pensam na resolução de um problema. Valorizar novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros e a consideração de uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos.</p> <p>Orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes resoluções de uma dada tarefa que mobilizem representações distintas, comparar coletivamente a sua eficácia e concluir sobre o papel que podem ter na resolução de tarefas com características semelhantes,</p>	

Conexões entre representações

Estabelecer conexões e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.

Linguagem simbólica matemática

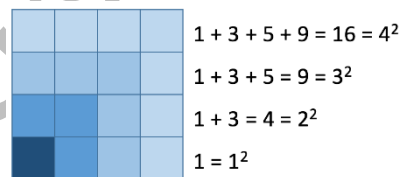
Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.

Conexões matemáticas

valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos e reconhecendo o seu espírito de iniciativa e autonomia [Exemplos: Valorizar o papel dos diagramas para evidenciar as relações e estrutura matemática de um problema; Valorizar as tabelas para organizar e sistematizar casos particulares em busca de uma regularidade].

Proporcionar recursos que agilizem a partilha das diferentes representações feitas pelos alunos na resolução das tarefas [Exemplo: Fornecer a cada grupo folhas A3 e canetas grossas de cor, para registar a resolução de um problema; fotografar a resolução de um grupo e partilhá-la digitalmente, projetada para toda a turma].

Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática [Exemplo: A representação visual da sequência dos números quadrados permite compreender porque resultam de adições dos números ímpares consecutivos, valorizando o sentido crítico dos alunos e o trabalho de alunos que ainda não revelem um nível suficiente de autoconfiança].



Incentivar o uso progressivo de linguagem simbólica matemática.

Confrontar os alunos com descrições de uma mesma situação através de representações múltiplas e identificar as vantagens da linguagem simbólica.

C, D, E, F, H

<p>Conexões internas</p>	<p>Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.</p>	<p>Explorar as conexões matemáticas em tarefas que façam uso de conhecimentos matemáticos de diferentes temas e explicitar essas relações de modo a que os alunos as conexões [Exemplo: No exemplo acima, evidenciar as conexões internas pela explicitação das relações entre os números e os quadrados].</p>	
<p>Conexões externas</p>	<p>Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões).</p>	<p>Mobilizar situações da vida dos alunos para serem alvo de estudo matemático na turma, ouvindo os seus interesses e ideias, e cruzando-as com outras áreas do saber, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e reconhecendo a utilidade e o poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade [Exemplo: Alunos que façam dança, poderão ver interesse em marcar o chão, para definir posições de referência dos bailarinos em determinadas coreografias, resultando as marcações como um modelo matemático].</p> <p>Convidar profissionais que usem a Matemática na sua profissão para que os alunos os possam entrevistar a esse propósito, promovendo a concretização do trabalho com sentido de responsabilidade e autonomia.</p>	
<p>Modelos matemáticos</p>	<p>Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.</p> <p>Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.</p>	<p>Selecionar, em conjunto com os alunos, situações da realidade que permitam compreender melhor o mundo em redor [Exemplo: Existem máquinas de recolha de garrafas de plástico que convertem o valor que atribuem aos depósitos, em doações a instituições de solidariedade social ou sem fins lucrativos. Estudar a quantidade de garrafas necessárias para perfazer um dado montante, tendo em conta os valores reais que a máquina atribui a garrafas com diferentes capacidades].</p> <p>Realizar visitas de estudo, reais ou virtuais, para observar a presença da Matemática no mundo que nos rodeia e sonhar com a sua transformação, reconhecendo o papel da Matemática na criação e construção da realidade, e incentivando novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros. [Exemplo: Convidar os alunos a observar fachadas de edifícios comuns, identificar como a Matemática foi usada nessa construção, e incentivá-los a propor novas fachadas renovadas].</p>	

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>NÚMEROS</b></p> <p><b>Números inteiros</b></p> <p><b>Números inteiros negativos</b></p> <p><b>Simétrico e valor absoluto de um número inteiro</b></p> <p><b>Adição e subtração</b></p>	<p>Conhecer e representar, na reta numérica, números inteiros negativos.</p> <p>Reconhecer o valor absoluto de um número.</p> <p>Comparar e ordenar números inteiros, positivos e negativos.</p> <p>Adicionar números inteiros negativos.</p> <p>Reconhecer o simétrico de um número negativo.</p> <p>Reconhecer a comutatividade e a associatividade da adição de números inteiros.</p> <p>Reconhecer a subtração de números naturais como uma adição de números inteiros.</p> <p>Reconhecer que a operação de subtração não tem as propriedades da adição.</p> <p>Adicionar e subtrair com números inteiros (cálculo mental e algoritmo) em diversos contextos, fazendo uso das propriedades das operações.</p>	<p>Introduzir números inteiros negativos a partir de situações da vida real familiares aos alunos.</p> <p>Trabalhar o valor absoluto de um número introduzindo-o como distância entre os pontos que na reta numérica representam esse número e o número zero.</p> <p>Introduzir a adição de números inteiros a partir de situações da vida real familiares aos alunos.</p> <p>Promover o uso da representação na reta numérica (horizontal ou vertical) para definir simétrico de um número, evidenciar o seu papel em relação à adição e reconhecer propriedades.</p> <p>Promover o recurso à reta numérica para, numa fase inicial, calcular a adição de números inteiros.</p> <p>Conduzir ao reconhecimento de que a subtração de números naturais corresponde à adição com o simétrico do subtrativo e usar esta propriedade para definir a subtração de dois números inteiros.</p> <p>Proporcionar situações que conduzam à constatação de que as propriedades comutativa e associativa não são extensíveis à operação de subtração.</p> <p>Promover a valorização das propriedades da adição, nomeadamente pela sua aplicação no cálculo mental com apoio em registos escritos [Exemplo: <math>123+(-52)+37+(-33)-(-50) = 123+(-52+50)+(37-33) =</math></p>	<p>C, D, E, F, I</p>

Expressões  
numéricas

Escrever, simplificar e calcular expressões numéricas que envolvam parênteses.

Imaginar e descrever uma situação que possa ser traduzida por uma expressão numérica dada.

Decidir sobre o método mais eficiente de resolução de um cálculo.

Resolver problemas que envolvam números inteiros negativos, em diversos contextos.

Conjeturar, generalizar e justificar relações entre números inteiros.

$$= 123+(-2)+4 = 125].$$

Providenciar a exploração, individual ou a pares, de expressões numéricas que evidenciem o papel dos parênteses no cálculo do seu valor com e sem recurso à calculadora [Exemplo: Será que o valor das expressões  $4-(3+7)$  e  $4-3+7$  é igual? Justifica].

Providenciar a exploração de expressões numéricas que evidenciem a diferença entre o valor posicional e o operacional do sinal “-” no cálculo do seu valor com e sem recurso à calculadora.

Solicitar a determinação do valor exato de expressões numéricas simples que envolvam parênteses e valores negativos, através de cálculo mental, e, de seguida, da explicação da estratégia que seguiram. Propor a análise comparativa de estratégias e ajuizar a adequação de resoluções realizadas por si e por outros, promovendo o sentido crítico dos alunos e capacidade de autorregulação [Exemplo:  $-10+2+9+7-6=(-10+2)+9+(7-6)=-8+9+1=2$  ou  $-10+2+9+7-6=(-10+9)+(7-6)+2=2$  ou  $-10+2+9+7-6=(-10+7)+(9-6)+2=2$ ].

Pedir a determinação do sinal de uma expressão numérica, sem determinação do seu valor exato, com recurso ao cálculo mental e a explicação da estratégia seguida.

Propor jogos numéricos que recorram à adição e subtração de números inteiros.

Propor a resolução de problemas simples contextualizados em situações da vida real, nomeadamente envolvendo temperaturas, elevadores e dinheiro [Exemplo A: O Luís foi ao bar para comprar uma sandes no valor de 65 cêntimos, mas o pagamento foi recusado. Surpreendido, o Luís consultou os movimentos associados ao seu cartão na última semana e obteve o seguinte registo (em cêntimos):  $135 + (-65) + 300 + (-210) + (-65) + (-50)$ . Ajuda o Luís a compreender porque não lhe aceitaram o pagamento. Exemplo B: Seis pessoas entraram num elevador com capacidade máxima de 6 pessoas e peso máximo de 420kg. De forma a saber se o limite de peso era ultrapassado fizeram um cálculo mental da



## Números Racionais

## Representação e ordenação

Identificar em contexto números racionais positivos e negativos.

Representar números racionais na reta numérica.

Comparar e ordenar números racionais.

Reconhecer o conjunto  $\mathbb{Q}$  e as características dos seus elementos.

## Adição e subtração

Adicionar e subtrair números racionais (cálculo mental e algoritmo) em diversos contextos.

Reconhecer e aplicar as propriedades da adição em  $\mathbb{Q}$  quando for relevante para a simplificação dos cálculos.

Resolver problemas que envolvam adição e subtração de números racionais, em diversos contextos.

soma dos pesos (em kg) de cada uma delas (52,67,58,82,90 e 69), atribuindo sinal negativo aos pesos acima de  $420/6$  e positivo aos pesos abaixo de  $420/6$ . Por que razão escolheram  $420/6$  como valor de referência? Que sinal tem de ter essa soma para que nenhuma das pessoas tenha de sair do elevador? Como farias tu esse cálculo?].

Propor situações em que os alunos, em grupo, sejam incentivados a conjecturar, generalizar e justificar relações entre números inteiros [Exemplo A: É possível escrever qualquer número inteiro como soma de números inteiros consecutivos. Exemplo B: Nenhum número par é soma de números inteiros consecutivos].

Solicitar a representação de números racionais na reta numérica, promovendo a sua compreensão. Realçar a vantagem de ter os números racionais, quando não na forma decimal, escritos como soma de (ou diferença entre) um número inteiro e uma fração própria.

Promover a comparação e a ordenação de números racionais representados nas formas decimal e fracionária, com e sem recurso à reta numérica.

Propor situações que levem os alunos a adicionar e subtrair números racionais, bem como multiplicar e dividir com números racionais positivos, incluindo cálculos por arredondamento e estimativa.

Propor a simplificação de expressões numéricas ou a completção de igualdades numéricas de forma a promover a compreensão e a vantagem da aplicação das propriedades da adição em  $\mathbb{Q}$  [Exemplo:  $\frac{-21}{2} + \frac{14}{4} = -10 - \frac{1}{2} + 3 + \frac{2}{4} = -10 + 3 - \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = -7$ ].

C, E, I

## Porcentagem

Calcular porcentagens dado o todo e vice-versa.

Resolver problemas que envolvam porcentagens, nomeadamente no contexto do quotidiano dos alunos.

Interpretar situações que requerem porcentagens, e resolver problemas associados.

Apresentar e explicar ideias e processos envolvendo porcentagens.

Propor a resolução de problemas a pares que envolvam porcentagens em contextos da vida real, sensibilizando os alunos para a existência de diferentes estratégias de cálculo e para a pertinência da seleção da mais eficaz em cada caso [Exemplo A: Numa situação que envolva um desconto de 7%, determinar o valor do desconto ou valor do preço a pagar, identificando cada uma destas situações com o cálculo de 7% e 93%, respetivamente. Exemplo B: Apresentar aos alunos a seguinte tarefa para ser resolvida com recurso à folha de cálculo. “A Joana experimentou o *skate* da prima e gostou muito da experiência. Decidiu, então, comprar um para si. Pediu aos pais uma mesada para poupar dinheiro com este objetivo. Os pais concordaram e apresentaram-lhe duas hipóteses: No primeiro mês receberia 1 euro e daí em diante receberia um aumento de 20% relativamente ao mês anterior ou, em alternativa, receberia 3 euros no primeiro mês e um aumento fixo de 50 centimos todos os meses. Ajuda a Joana a decidir qual das alternativas apresenta mais vantagens”].

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>ÁLGEBRA</b></p> <p>Regularidades, sequências e sucessões</p> <p>Lei de formação de uma sequência ou sucessão</p>	<p>Reconhecer regularidades em sequências ou sucessões de números inteiros ou de números racionais e determinar uma lei de formação, expressando-a em linguagem natural ou simbólica.</p> <p>Determinar termos de uma sequência ou sucessão quando conhecida a expressão algébrica que a representa, de ordens variadas, inferior ou superior aos dos termos apresentados.</p> <p>Comparar, interpretar e estabelecer conexões entre representações múltiplas de uma sequência/sucessão.</p>	<p>Criar situações de aprendizagem com recurso a <i>applets</i> que proporcionem oportunidades de formular conjeturas ou generalizar e validá-las, sustentando em experiências de visualização e manipulação [Exemplo: Usar uma aplicação que gera termos de uma sequência pictórica a partir de uma construção inicial, como seja DUDAMATH].</p> <p>Incentivar o recurso a textos, esquemas, tabelas e expressões algébricas para descrever leis de formação de sequências ou sucessões, promovendo a perseverança na atividade matemática.</p> <p>Promover a exploração de sequências ou sucessões numéricas, nomeadamente as que envolvam números negativos, para concluir sobre a relação entre termos (consecutivos) ou sobre a relação ordem-termo, com vista a determinar uma lei de formação da sequência e, caso se adeque, prolongá-la de acordo com a lei de formação encontrada.</p> <p>Promover a comparação de resoluções e a descrição de raciocínios subjacentes, e, eventualmente, evidenciar como expressões algébricas, ainda que equivalentes, podem refletir estratégias de resolução diferentes. Durante a apresentação à turma, incentivar a argumentação, proporcionando, sempre que possível, <i>feedback</i> valorativo das ideias e estratégias dos alunos [Exemplo: Descrever a lei de formação ou o termo geral da sequência seguinte.</p>	<p>A, F, I</p>

Equações do 1.º grau a uma incógnita

Significado de equação

Resolução de equações do 1.º grau

Reconhecer equações e distinguir entre termos com incógnita e termos independentes.

Traduzir situações em contextos matemáticos e não matemáticos por meio de uma equação do 1.º grau e vice-versa.

Resolver equações do 1.º grau a uma incógnita (sem parênteses e



Durante a discussão, explorar diferentes formas de representar a lei de formação, como sejam  $2n+2$  (número de colunas com 2 quadrados, igual à ordem do termo, a que se acrescenta 1 quadrado de cada lado) ou  $n+2+n$  (relacionando o número de quadrados em cada linha com a ordem do termo), e verificar que  $2n+2=n+2+n$ .

Estimular o recurso à folha de cálculo para calcular termos e ordens de seqüências numéricas ou, em alternativa, propor o recurso a ambientes de programação visual [Exemplo: *Scratch*] para criar, a pares, programas simples que permitam gerar termos de uma seqüência, a partir da sua lei de formação, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.

Apresentar um conjunto de números, uma ou mais equações e solicitar que averiguem algebricamente se algum dos números é sua solução.

Solicitar que identifiquem a solução de uma equação entre vários valores dados, justificando através de relações numéricas ou propriedades, sem recorrer ao cálculo [Exemplo: Identificar a solução da equação  $28x = 2^6$  entre os números 3, -2, 6, 16/7, 7/16].

Promover a discussão sobre a existência de soluções de equações simples de 1º grau a uma incógnita, sem recorrer ao cálculo, permitindo distinguir entre equação impossível, possível indeterminada e possível determinada [Exemplo:  $x + 2 = x + 1$ ,  $x + 2 = x + 2$ ,  $x - 2 = 0$ ].

Resolver equações fazendo uso das operações inversas das operações presentes na equação. [Exemplo: A equação  $2x - 3 = 4$

B, C, D, E, I

a uma incógnita

denominadores).  
Justificar a equivalência de duas equações.

exprime a seguinte transformação de  $x$

$$x \rightarrow \frac{2x}{x-2} \rightarrow 4$$

Para obter o valor de  $x$  aplicamos a 4 a transformação inversa

$$\frac{7}{2} \leftarrow \frac{7}{x-2} \leftarrow 4$$

e concluímos que  $x = \frac{7}{2}$ ].

Estabelecer a correspondência entre a inversão de transformações e as equivalências de equações; assegurar a compreensão dos princípios de equivalência usados na resolução de equações.

Propor a resolução numérica de equações, a pares, recorrendo à folha de cálculo, para resolver problemas em que a solução seja um número inteiro, valorizando o processo de tradução do contexto e da relação entre as variáveis por meio de uma expressão algébrica, valorizando a criatividade dos alunos. Incentivar a representação das variáveis com letras associadas ao contexto que representam.

Propor a resolução de equações sem solução (ou com uma infinidade de soluções) que levem os alunos, a pares ou em grupo, a identificar equações que não têm uma solução única, promovendo a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e o trabalho em equipa.

Funções

Significado de função

Interpretar uma função como correspondência unívoca de um conjunto num outro.

Promover discussões sobre o melhor tipo de representação da variação de uma quantidade ou grandeza em função de outra.

Familiarizar os alunos com os significados de objeto, imagem, domínio, conjunto de chegada, recorrendo à representação de conjuntos e simbologia associada.

Representações de funções

Reconhecer diferentes representações de uma função.

Proporcionar a análise da variação de duas variáveis ou parâmetros, recorrendo à representação em tabelas ou usando folha de cálculo,

A, B, E, F, H, I

### Função de proporcionalidade direta

Modelar situações em contextos matemáticos e da vida real, usando funções.

Descrever uma situação envolvendo a relação entre duas variáveis que esteja representada num gráfico dado.

Reconhecer a presença de funções em situações estudadas noutras disciplinas e caracterizá-las estabelecendo conexões matemáticas com outras áreas do saber.

Descrever uma situação concreta de relação entre duas variáveis, a partir de um gráfico dado que a represente, apresentando e explicando ideias e raciocínios.

Expressar relações de proporcionalidade direta como funções.

Representar uma função de proporcionalidade direta através de gráfico ou tabela, quando definida através de expressão algébrica e indicação de domínio, e vice-versa, transitando de forma fluente entre diferentes representações.

Reconhecer a presença de funções de proporcionalidade direta em situações, estudadas noutras disciplinas, estabelecendo conexões matemáticas entre temas matemáticos e com outras áreas do saber.

de forma a caracterizar uma possível relação entre elas [Exemplo: Número de cromos a comprar e o preço a pagar; número de carteiras de cromos que se recebe em função do preço pago pelas compras no supermercado; comprimento de lados correspondentes em figuras semelhantes].

Propor a representação gráfica de funções, a partir de tabelas, e considerar a pertinência de fazer a extensão a gráficos de variação contínua (linhas) ou de variação discreta (pontos) [Exemplo: Para a variação contínua os exemplos devem ser escolhidos de modo a que o reconhecimento da variável contínua seja natural, como acontece quando a variável é o tempo].

Fomentar discussões e apresentações orais e escritas que conduzam os alunos a atribuir significado à representação gráfica no contexto da situação descrita pela função, evidenciando a importância da Matemática para a compreensão de situações em diversos contextos e promovendo a construção progressiva da autoconfiança dos alunos [Exemplo: Identificar características das formas de um recipiente pela análise do seu gráfico de enchimento].

Incentivar a exploração e a apresentação individual de situações da vida real que traduzam uma proporcionalidade direta e relacioná-la com o conceito de função [Exemplo: Relação entre as quantidades dos ingredientes de uma mesma receita de um bolo para 4, 6 ou mais pessoas].

Propor a análise de tabelas e gráficos de funções estudadas noutras disciplinas, sejam de proporcionalidade direta ou não [Exemplo: Físico-Química, Ciências Naturais, Geografia], levando os alunos a identificar os conceitos matemáticos envolvidos, eventualmente em situações de parceria com os professores dessas disciplinas.

Conduzir os alunos à identificação de outras situações estudadas como relações de proporcionalidade direta, nomeadamente a relação entre comprimentos em figuras semelhantes.

Solicitar a conversão entre diferentes representações de uma função de proporcionalidade direta.

		Apresentar vários gráficos de funções e solicitar a identificação dos gráficos de funções de proporcionalidade direta.	
--	--	--	--

Versão discussão pública

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>DADOS</b></p> <p>Planeamento do estudo e recolha e organização de dados</p> <p>Questões estatísticas</p>	<p>Formular questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas.</p>	<p>Suscitar questionamentos concretos por parte dos alunos que façam emergir questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas. Discutir a adequabilidade das questões a estudar de modo a que seja possível ter informação sobre o que se quer saber, promovendo o reconhecimento da utilidade e poder da matemática para a compreensão da realidade [Exemplo: “O que é que queres saber? Que dados deves recolher para dar resposta a essa questão?”].</p> <p>Valorizar questões sobre assuntos relacionados com temas que vão ao encontro dos interesses dos alunos ou relacionados com as suas vivências, o conhecimento de si próprios, a turma, a escola ou que possam ser integrados com domínios de saber do currículo do 7º ano, nomeadamente estabelecendo conexões com questões ambientais e o bem-estar, evidenciando importância da Matemática para a compreensão de situações de outras áreas do saber e também inspirar a curiosidade e incitar à descoberta [Exemplo: A turma gostaria de tornar pedonal uma rua ao lado da sua escola. Os alunos escolhem duas semanas “ao acaso” e registam (de segunda a domingo) duas características: 1. O número de veículos que passam, em cada dia da semana, nessa rua; 2. Se são carros ou motorizadas]. No caso de se optar por um estudo que envolva outra(s) disciplina(s) do plano de estudos dos alunos, poder-se-á considerar um trabalho de projeto.</p> <p>Favorecer que diferentes grupos se dediquem a diferentes questões que se complementem para a produção de conclusões sobre o</p>	<p>A, B, C, D, E, F, I</p>



<p>Significado de variável</p> <p>Classificação de variáveis</p> <p>População e amostra</p>	<p>Classificar as variáveis quanto à sua natureza: qualitativas (nominais versus ordinais) e quantitativas (discretas versus contínuas).</p> <p>Distinguir população de amostra.</p> <p>Identificar a população sobre a qual pretende recolher dados e em que circunstâncias se recorre a uma amostra.</p> <p>Planificar a seleção da amostra, relativamente à qual serão recolhidos os dados, acautelando a sua representatividade.</p>	<p>assunto a estudar, incentivando a colaboração entre os alunos [Exemplo: Ainda sobre o exemplo apresentado anteriormente, suscitar a conscientização de que para se poder tomar decisões informadas a importância de, para além de saber quantos veículos passam da rua, também saber que tipo de veículos são (característica qualitativa) - bombeiros, ambulâncias, padeiro, outros - e documentar não só o número e o tipo de veículos, mas também em que dias da semana passam mais veículos e de que tipo].</p> <p>Antecipar dificuldades de tratamento dos dados a recolher decorrentes de um grau de precisão pouco adequado, desenvolvendo o espírito crítico dos alunos [Exemplo: Para estudar o tempo despendido no percurso de casa a escola, deve ser solicitada uma resposta em horas ou em alternativa em minutos].</p> <p>Propor a análise de exemplos de variáveis com o objetivo da classificação quanto à sua natureza.</p> <p>Sensibilizar para a diferença entre estudar toda a população e sobre a existência de alguma incerteza nas conclusões formuladas sobre a população quando se trabalha com uma amostra, desenvolvendo o sentido crítico dos alunos e valorizando a importância da Matemática para a compreensão de situações da realidade [Exemplo: Censos versus sondagens sobre uma eleição e os resultados finais nessa eleição].</p> <p>Discutir com toda a turma sobre o entendimento de população e de amostra, identificando as situações em que se deve recorrer a uma amostra, nomeadamente por impossibilidade (controle de qualidade, populações infinitas) ou por custo elevado para trabalhar com toda a população (populações com grandes dimensões), desenvolvendo o sentido crítico dos alunos.</p>	
---	--	--	--

## Fontes e métodos de recolha de dados

Definir quais os dados a recolher, seleccionar a fonte e o método de recolha dos dados, e proceder à sua recolha.

Favorecer o desenvolvimento do sentido crítico face a amostras enviesadas, que não sejam representativas da população [Exemplo: Os alunos da turma em relação ao conjunto dos alunos de todas as turmas do mesmo ano da escola e em relação ao total dos alunos do agrupamento; identificar possíveis características em que o grupo de alunos da turma possa ser uma amostra representativa ou não].

Solicitar a recolha de dados com recurso umas vezes a fontes primárias e outras a fontes secundárias. [Exemplo: Pordata, INE, ALEA].

Apoiar os alunos na procura de soluções adequadas para uma recolha de dados, no que diz respeito ao processo de obter os dados.

Avaliar eventuais consequências de optar por auto-respostas ou por respostas públicas ou privadas para obter dados, analisando a possibilidade de se obterem respostas não fidedignas no caso de respostas públicas (é possível obter respostas por simpatia, alteradas por vergonha ou para evitar exposição, por exemplo), promovendo o sentido crítico dos alunos.

Valorizar propostas idiossincráticas imaginadas por alunos para recolha de dados, e discutir com toda a turma a sua adequação e eficácia, valorizando o espírito de iniciativa e autonomia.

## Agrupamento de dados discretos em classes

Identificar em que casos é necessário proceder ao agrupamento de dados discretos em classes.

Promover a análise de situações que envolvam dados discretos e identificar casos em que haja necessidade de proceder ao seu agrupamento em classes de modo a que seja possível retirar informação sobre a distribuição dos dados [Exemplo: Idades dos alunos da turma versus número de publicações de cada aluno numa rede social].

Construir classes de igual amplitude, para agrupar dados discretos que possuam uma grande variabilidade.

## Organização de dados (Tabela de frequências com dados discretos)

Usar tabelas de frequências para organizar os dados em classes (incluindo legenda na tabela).

Levar os alunos a criar formas próprias de registo de dados, incluindo diversos recursos e representações, incentivando a tomada de decisões fundamentadas por argumentos próprios. Discutir com toda a turma a sua adequação, e confirmar que

agrupados em classes)

Limpeza de dados

Representações gráficas

Gráficos de linha

Limpar os dados de gralhas e eliminá-las ou corrigi-las.

Representar dados bivariados (para representar dados que evoluem com o tempo) através de gráficos de linha, incluindo fonte, título e legenda.

conduzem aos mesmos conjuntos de dados e incentivando o sentido crítico dos alunos.

Promover a elaboração de tabelas de frequências para dados discretos agrupados em classes e compará-las com as tabelas construídas anteriormente relativas a dados discretos agrupados em categorias numéricas.

Observar o conjunto de dados recolhidos e ordenados e verificar se existem dados inesperados que se afastam muito dos restantes. Em caso afirmativo, interrogar sobre a sua plausibilidade ou verificar se se trata de uma gralha [Exemplo: Sabe-se, a partir de diversos estudos, que o excesso de exposição aos ecrãs acarreta diversos riscos para a saúde, para além de afetar o desenvolvimento psicossocial. Deste modo, foi feita uma sondagem junto de jovens portugueses, entre os 12 e os 16 anos, sobre quantas horas diárias passam frente a um ecrã (televisor, telemóvel, *tablet*, computador ou outro dispositivo). Eis algumas das respostas: 6, 8, 4, 12, 5, 3, 7, 10, 8, 30, 9. Com base nestas respostas, identificar o mínimo e o máximo de horas que estes 11 jovens passam diariamente frente a um ecrã]. Caso seja uma gralha voltar, se possível, a recolher/registar o(s) dado(s). Caso não seja uma gralha, avaliar o impacto da sua inclusão no estudo.

Observar que por vezes o(s) valor(es) atípico(s) são os principais achados de um estudo.

Explorar a representação dos dados discretos agrupados em classes através de um histograma.

Explorar situações em que a representação por gráfico de linha seja adequada, identificando as características dos dados que a justifique [Exemplo: Variação do número de praticantes de uma modalidade ao longo do tempo].

A, B, C, D, E, F, I

Gráficos de barras sobrepostas

Representar dados relativos a duas características, através de gráficos de barras sobrepostas, incluindo fonte, título e legenda.

Propor a exploração de gráficos de barras em que a sobreposição de barras faça sentido e permita uma comparação de dados, bem como a sua representação com recurso à folha de cálculo [Exemplo: Representar graficamente a frequência do número do calçado dos rapazes e das raparigas da turma].

Análise crítica de gráficos

Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar para representar conjuntos de dados, incluindo fonte, título, legenda e escalas e justificar a(s) escolha(s) feita(s).

Propor aos alunos que apresentem uma representação gráfica apropriada à natureza das variáveis, à informação contida nos dados e ao que se pretende transmitir, incluindo as trabalhadas nos ciclos anteriores, incentivando o sentido crítico dos alunos.

Analisar e comparar diferentes representações gráficas provenientes de fontes secundárias, discutir a sua adequabilidade e concluir criticamente sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas, desenvolvendo a literacia estatística.

Promover a seleção da(s) representação(ões) gráfica(s) a usar no estudo estatístico.

Incentivar a pesquisa de representações gráficas em jornais, revistas ou outras publicações e seleção de exemplos que os alunos considerem interessantes para discussão com toda a turma, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos.

Propor a análise de gráficos selecionados que contenham manipulações e incentivar a sua identificação e os efeitos obtidos, promovendo o seu sentido crítico.

Análise de dados

C, D, E, F

Resumo de dados (Amplitude)

Reconhecer a amplitude de um conjunto de dados como uma medida de dispersão e calculá-la.

Conduzir à interpretação da variação da amplitude em função do contexto em que os dados foram recolhidos. [Exemplo: Prever as diferenças entre as amplitudes das idades dos alunos de uma turma do 7.º ano, do 12.º ano, ou de toda a escola].

Identificar a diferença entre medidas que fornecem informação em termos de localização (central) e medidas que fornecem informação em termos de dispersão.

Promover a análise de exemplos em que a amplitude possa traduzir uma informação pouco adequada da dispersão dos dados, nomeadamente pela presença de valores atípicos (*outliers*) ou a concentração grande em torno da média. [Exemplo: Comparar dois conjuntos de dados, de classificações de testes de duas turmas com

Interpretação e conclusão

Reconhecer a diferença entre as medidas resumo obtidas através de dados não agrupados e agrupados em classes.

Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.

Ler, interpretar e discutir distribuições de dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros, discutindo, contrapondo argumentos, de forma fundamentada.

Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.

Comunicação e divulgação do estudo

Público-alvo e recursos para a divulgação do estudo

Decidir a quem divulgar o estudo realizado e elaborar diferentes recursos de comunicação de modo a divulgá-lo de forma rigorosa, eficaz e não enganadora.

Divulgar o estudo, contando a história que está por detrás dos dados e levantando questões emergentes para estudos futuros.

igual amplitude, em que uma é muito heterogénea e na outra a maior parte dos alunos tem um aproveitamento regular].

Promover a discussão sobre as escolhas relativas à organização, à representação e às medidas resumo dos dados em função da natureza e objetivo do estudo.

A partir da análise das representações gráficas, identificar eventuais valores atípicos, ou que se afastam do padrão geral dos dados e interpretar a sua influência em algumas medidas resumo [Exemplo: Analisar a representação gráfica das idades das pessoas presentes na sala de aula de Matemática, identificando a idade do professor como um valor atípico e verificar o seu impacto em cada uma das medidas resumo].

Estabelecer nos alunos a ideia de que uma análise de dados nunca está completa se tudo o que foi realizado anteriormente não for interpretado e discutido [Exemplo: No exemplo da construção da rua pedonal, pode não ser possível tornar a rua definitivamente uma rua pedonal mas pode concluir-se que esta pode ser pedonal só ao fim-de-semana, caso se tenha recolhido informação suficiente que suporte essa decisão].

Apoiar os alunos na formulação de novas questões que as conclusões do estudo possam suscitar.

Apoiar e acompanhar o desenvolvimento, em grupo, do estudo estatístico, nomeadamente a sua divulgação, reservando momentos de trabalho na sala de aula para este fim.

Promover a discussão com toda a turma sobre a quem divulgar as conclusões e novas questões que emergem do estudo, incentivando a curiosidade.

A, B, E, F, H, I

<p><b>Análise crítica da comunicação</b></p> <p><b>Probabilidades</b></p> <p><b>Probabilidade de acontecimentos compostos</b></p>	<p>Analisar criticamente a comunicação de estudos estatísticos realizados nos media, desenvolvendo a literacia estatística.</p> <p>Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento constituído por mais de um resultado é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos constituídos pelos resultados que o compõem.</p>	<p>Dar autonomia aos alunos para escolherem o modo de comunicação/divulgação dos seus resultados apoiando-os na preparação dessa comunicação que incluirá a realização de um documento de apoio [Exemplo: Escrita de um relatório, elaboração de um poster, criação de um infográfico].</p> <p>Sensibilizar para aspetos centrais, como a relevância da informação selecionada, promovendo a discussão coletiva sobre os elementos indispensáveis a considerar na comunicação, ouvindo as ideias dos alunos e valorizando o espírito de síntese e o rigor para uma boa comunicação.</p> <p>Promover a divulgação, em grupo, destes trabalhos, a acontecer na sala de aula ou alargando a outros espaços da escola/agrupamento, incentivando o gosto e autoconfiança na atividade matemática e promovendo a capacidade de trabalhar em equipa.</p> <p>Propor a análise, em grupo, de notícias relativas a estudos estatísticos acessíveis que surjam nos media, incentivando a autonomia dos alunos, e suscitar a discussão da história que contam, a identificação de elementos omissos, o levantamento do que deixam por contar.</p> <p>Compreender organizações de resultados expectáveis com as respetivas probabilidades, fornecidas pelo professor [Exemplo: Organização dos resultados esperados e respetivas probabilidades para a experiência do lançamento do dado].</p> <table border="1" data-bbox="1167 1190 1659 1251"> <tr> <td>Face</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Prob.</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> </tr> </table> <p>A partir das organizações fornecidas, solicitar o cálculo da probabilidade de acontecimentos constituídos por mais de um</p>	Face	1	2	3	4	5	6	Prob.	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	<p>D, E</p>
Face	1	2	3	4	5	6											
Prob.	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6											

resultado [Exemplo: Partindo do exemplo anterior, utilizar a respectiva tabela para calcular a probabilidade do acontecimento “sair face par”]:

$$P(\text{“sair face par”}) = P(\text{“sair face 2” ou “sair face 4” ou “sair face 6”}) = P(2)+P(4)+P(6) = 3/6]$$

Nota: O termo acontecimento é aqui usado de forma informal sendo a sua formalização feita no 8.º ano.

Versão discussão pública

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>GEOMETRIA</b></p> <p>Ângulos</p> <p>Ângulos internos e externos de polígonos</p> <p>Soma dos ângulos internos e soma dos ângulos externos de um polígono</p> <p>Ângulos alternos internos e ângulos verticalmente opostos</p>	<p>Identificar ângulos internos e externos de um polígono convexo.</p> <p>Generalizar a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo para um qualquer polígono convexo.</p> <p>Deduzir a soma dos ângulos internos e externos de um polígono.</p> <p>Resolver problemas que incluam ângulos de um polígono convexo.</p> <p>Reconhecer a igualdade de ângulos alternos internos em pares de retas paralelas intersectadas por uma secante.</p> <p>Reconhecer e justificar a igualdade de ângulos verticalmente opostos.</p>	<p>Conduzir os alunos à identificação de ângulos internos e externos de um polígono.</p> <p>Propor a análise, a pares, em ambientes de geometria dinâmica (AGD), de polígonos convexos com diferentes números de lados, com registo das observações e inferir as expressões gerais da soma dos ângulos internos e externos. Incentivar os alunos no desenvolvimento da sua exploração, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente.</p> <p>Propor o desenho de polígonos regulares em ambientes de programação visual [Exemplo: <i>Scratch</i>] a partir da introdução de comprimentos de lados e de amplitudes de ângulos. Solicitar ainda a justificação da soma das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo, pela coincidência das posições inicial e final. Encorajar e dar tempo para o desenvolvimento de rotinas de depuração.</p> <p>Promover a exploração, a pares ou em grupo, do conjunto de ângulos internos e externos de um trapézio para o reconhecimento da igualdade de ângulos alternos internos em pares de retas paralelas intersectadas por uma secante, podendo fazer-se recurso a AGD.</p>	<p>C, E, F, I</p>



### Triângulos e quadriláteros

#### Congruência de triângulos

Aplicar os critérios de congruência de triângulos para reconhecer se dois triângulos dados são ou não congruentes.

Resolver problemas que envolvam os critérios de congruência de triângulos.

Construir triângulos, conhecidos alguns elementos.

Propor problemas de análise ou construção de triângulos, a resolver individualmente, a partir dos critérios de congruência de triângulos, em AGD e com régua e compasso em casos simples (usando malhas quadriculadas e isométricas).

#### Propriedades das diagonais de um quadrilátero

Identificar as diagonais de um quadrilátero.

Descrever as propriedades das diagonais de um quadrilátero e aplicá-las para resolver problemas.

Criar situações de aprendizagem que valorizem o desenvolvimento da capacidade de visualização recorrendo a diferentes estratégias e recursos como AGD, dobragens ou espelhos [Exemplo A: Dobra uma folha ao meio e corta diferentes triângulos usando a dobra como um dos lados. Quais os polígonos possíveis de obter? Justifica. Exemplo B: Constrói, em AGD, quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos a partir das suas diagonais. Quais as propriedades que mobilizaste na tua construção?].

#### Classificação hierárquica dos quadriláteros

Explicar a classificação hierárquica dos quadriláteros, incluindo os casos do trapézio e do papagaio, apresentando e explicando raciocínios e representações.

Identificar propriedades e classificar quadriláteros.

Raciocinar matematicamente articulando o conhecimento das propriedades dos quadriláteros com a sua visualização.

Propor a análise, com recurso ao AGD, e o registo das propriedades dos quadriláteros (diagonais, simetrias de reflexão e simetrias de rotação) em tabela. Estimular a formulação de conjeturas e generalizações e justificá-las.

Incentivar os alunos a explicitar conjuntos de quadriláteros como subconjuntos de outras classes de quadriláteros, ou como classes que contêm outras.

B, C, E, I

Área do trapézio

Semelhança de figuras

Polígonos semelhantes e razão de semelhança

Deduzir uma fórmula para a área de um trapézio a partir da sua decomposição.

Reconhecer figuras semelhantes como figuras que têm a mesma forma, obtidas uma da outra por ampliação ou redução.

Identificar figuras semelhantes em situações do quotidiano.

Identificar polígonos semelhantes e a razão de semelhança.

Construir a imagem de uma figura plana por uma homotetia.

Reconhecer a semelhança em mapas com diferentes escalas, estabelecendo conexões matemáticas com outras áreas do saber.

Usando AGD, incentivar os alunos, a pares, a deduzir a área do trapézio recorrendo a áreas de outras figuras já suas conhecidas.

Confrontar o significado de semelhança na vida real com o da Matemática, de modo a proporcionar a compreensão dos alunos.

Propor, a pares ou em grupo, a representação e análise de figuras ampliadas e reduzidas recorrendo a AGD e outros instrumentos (malhas quadriculadas e isométricas, pantógrafo, fotocópias ou manipulação de imagem digital), para identificar as características invariantes de figuras semelhantes.

Explorar situações de manipulação de imagens em formato digital em que o aumento de dimensões não resulta em relações de semelhança e levar os alunos a justificar essa ausência de semelhança com argumentos matemáticos, desenvolvendo o seu sentido crítico.

Promover o estudo de mapas e escalas, em contextos de parceria com a disciplina de Geografia, identificando as escalas como razões de semelhança e constante de proporcionalidade direta, evidenciando a relevância da Matemática para a compreensão de situações de outras áreas do saber.

Usar AGD para incentivar a construção, a pares, de ampliações e reduções de polígonos usando o método da homotetia e fatores de ampliação ou redução dinâmicos.

Valorizar exemplos de figuras semelhantes apresentadas pelos alunos e suas explicações, e promover a sua discussão com toda a turma, valorizando a autonomia e a criatividade dos alunos.

Promover a exploração de uma tabela que permita identificar a razão de semelhança como constante de proporcionalidade direta entre medidas lineares de polígonos.

C, D, E, F, I

<p>Critérios de semelhança de triângulos</p>	<p>Identificar os critérios de semelhança de triângulos.</p> <p>Reconhecer situações de aplicação indevida dos critérios de semelhança de triângulos.</p> <p>Resolver problemas que envolvam critérios de semelhança de triângulos, em diversos contextos.</p>	<p>Propor a construção de triângulos a partir do critério de semelhança AA para verificar que podem surgir triângulos diferentes entre si, mas semelhantes, incentivando o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Levar à análise de casos de triângulos semelhantes e não semelhantes entre si de modo a que os alunos identifiquem aplicações indevidas dos critérios de semelhança (comparação entre dois triângulos que, tendo dois lados proporcionais e um ângulo igual, não são semelhantes).</p>	
<p>Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes</p>	<p>Conhecer a razão entre os perímetros de duas figuras semelhantes.</p> <p>Conhecer a razão entre as áreas de duas figuras semelhantes</p> <p>Aplicar as relações entre perímetros e áreas de figuras semelhantes em situações concretas.</p>	<p>Propor, a pares ou em grupo, a análise de figuras em que existam relações de semelhança e analisar medidas lineares, angulares e de área conduzindo os alunos na descoberta das diferenças de relação entre estes três tipos de medida.</p> <p>Solicitar a construção de figuras semelhantes a uma figura dada, com o quádruplo ou um quarto da sua área.</p>	

Versão discussão pública