



8.º ANO | 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

# MATEMÁTICA

## INTRODUÇÃO

---

### Porque devem todos aprender Matemática?

A Matemática tem um lugar privilegiado no currículo de inúmeros países, que se justifica por dois argumentos diferentes:

- Nenhum ser humano pode ficar privado de conhecer e tirar partido do património ímpar, científico e cultural, que a Matemática constitui. Uma experiência matemática adequada proporciona às crianças e jovens a possibilidade de desenvolvimento pessoal cognitivo e dota-os de ferramentas intelectuais relevantes para melhor conhecer, compreender e atuar no mundo em que vivem, prosseguir estudos, aceder a uma profissão e exercer uma cidadania democrática.
- Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em rápida mudança, impulsionado por inovações tecnológicas. O desenvolvimento da literacia matemática, que a OCDE define como a capacidade de um indivíduo raciocinar matematicamente e formular, empregar e interpretar a Matemática

para resolver problemas numa variedade de contextos do mundo real, é crucial para que uma pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável.

Neste contexto, a *universalidade* é um princípio essencial para a aprendizagem da Matemática que este documento curricular assume. Dirige-se a todos os alunos, propondo abordagens adequadas às suas idades e, simultaneamente, com elevado nível de desafio cognitivo, afirmando inequivocamente que ninguém pode ficar excluído da Matemática e que todos podem ser sujeitos de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes.

### Para quê aprender Matemática no século XXI?

Este documento curricular define um conjunto de objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, valorizando uma perspetiva de literacia matemática. Define oito objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber:

1. Desenvolver uma **predisposição positiva** para aprender Matemática e relacionar-se de forma produtiva com esta disciplina nos diversos contextos em que surge como necessária. Isto pressupõe a possibilidade de crianças e jovens aprenderem Matemática usufruindo dela com **gosto** e acompanhadas de um sentimento crescente de **autoconfiança** na sua capacidade de lidar de modo autónomo com a Matemática. O gosto e a autoconfiança são ambos fatores essenciais que interferem positivamente com a predisposição para a aprendizagem, pelo que o seu desenvolvimento deve ser estrategicamente cuidado, de forma continuada, no desenrolar do processo de ensino da Matemática.
2. **Compreender e usar**, de forma fluente e rigorosa, com significado e em situações diversas, **conhecimentos matemáticos**, conceitos, procedimentos e métodos, dos domínios dos **Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, e Geometria**. Os conhecimentos matemáticos constituem ferramentas fundamentais a mobilizar no trabalho em Matemática e na sua interação com outras áreas do saber ou da realidade. Os alunos devem ter oportunidade de ter acesso a estes conhecimentos e reconhecer o seu valor, compreendendo o que significam, como se relacionam, que potencialidades têm para interpretar e modelar o mundo e resolver problemas.
3. Desenvolver a capacidade de **resolver problemas** recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática e todos os alunos devem ter oportunidade de se tornarem, progressivamente, mais eficazes a resolver problemas.
4. Desenvolver a capacidade de **raciocinar matematicamente**, de forma a compreenderem o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O raciocínio matemático é uma atividade central da Matemática que inclui a formulação de conjeturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros. Todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver progressivamente raciocínios abstratos, usando linguagem matemática com a sofisticação adequada.
5. Desenvolver a capacidade de **pensamento computacional**, forma de pensar que tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática de diversos países. O pensamento computacional favorece o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a

abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.

6. Desenvolver a capacidade de **comunicar matematicamente**, de modo a partilharem e discutirem as suas ideias matemáticas, em processos de colocação e resposta a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.
7. Desenvolver a capacidade de usar **representações múltiplas**, por forma a conseguirem diversificar as opções para sustentar o raciocínio e a comunicação matemática, e também a se apropriarem da informação a que podem ter acesso por canais, formatos e representações em constante evolução. As ideias matemáticas são especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação, e a compreensão plena depende da familiaridade e fluência que os alunos têm com as várias formas de representação. A tecnologia desempenha um papel especialmente relevante por facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e análises com maior detalhe ou magnitude, inacessíveis sem os recursos tecnológicos.
8. Desenvolver a capacidade de estabelecer **conexões matemáticas**, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa. As conexões internas ampliam a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos que nelas estão envolvidos, e estabelece relações entre os diversos domínios da Matemática. As conexões externas da Matemática com distintas áreas do conhecimento, como as Artes, as Ciências ou as Humanidades, ou com situações diversas dos contextos da realidade, possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em vários campos ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática.

### O que aprender de Matemática?

Este documento curricular considera como conteúdos de aprendizagem um conjunto de **capacidades matemáticas e de conhecimentos matemáticos**, relativos a diversos domínios que se revelam essenciais como ferramentas numa Matemática do século XXI.

#### Capacidades matemáticas

Resolução de problemas

Raciocínio matemático

Pensamento computacional

Comunicação matemática

Representações matemáticas

Conexões matemáticas

#### Conhecimentos matemáticos

Números – Quantidade

Álgebra – Variação e relações

Dados e Probabilidades – Dados e Incerteza

Geometria – Espaço e forma

As **capacidades matemáticas** são valorizadas em cada ano de escolaridade como um conteúdo de aprendizagem, assumindo objetivos específicos próprios que detalham os objetivos gerais focados relativamente a estas capacidades. No entanto, são também explicitamente referidas nos objetivos de aprendizagem dos domínios de conhecimento matemático, quando oferecem oportunidade de dar intencionalidade ou acrescentar profundidade e riqueza às aprendizagens dos alunos.

Os domínios de **conhecimento matemático** são abordados em todos os anos de escolaridade, com graus sucessivos de aprofundamento e completamento e com progressivos níveis de formalismo. Sobre cada um, o documento curricular foca a ênfase mais relevante a explorar:

**Números:** Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão do sentido de número, relacionando-os com a forma como são usados no dia a dia, e usem o conhecimento dos números e das operações para resolver problemas matemáticos que envolvam **quantidade** em contextos diversos, em especial do mundo real. Destaca-se a importância do **cálculo mental**, bem como de saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados.

**Álgebra:** Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão da **variação** em situações diversas, sejam capazes de identificar **relações** matemáticas, de expressar a generalidade por representações adequadas e de usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões. Destaca-se a importância de desenvolver o **pensamento algébrico** desde o 1.º ciclo, com ênfase numa abordagem de aritmética generalizada.

**Dados e Probabilidades:** Importa que os alunos sejam capazes de usar **dados** para produzir informação para conhecer o que os rodeia, lidar com a **incerteza**, fundamentar decisões e colocar novas questões. É importante que os alunos tenham oportunidade de realizar regularmente o estudo de situações concretas reais de interesse, implicando-se na formulação de questões, recolha e análise de dados e divulgação de conclusões. Interessa igualmente que os alunos tenham oportunidade de conhecer e refletir sobre o que envolve o trabalho com dados nos seus múltiplos aspetos, sem necessidade de recolher os próprios dados, e analisar criticamente estudos realizados por outros e divulgados nos *media*. Destaca-se a valorização do desenvolvimento da **literacia estatística** e do **raciocínio probabilístico** desde os primeiros anos.

**Geometria:** Importa que os alunos desenvolvam o **raciocínio espacial**, com ênfase na visualização e na orientação espacial, essenciais para a compreensão do **espaço** em que se movem, e conheçam e operem com figuras no plano e no espaço, estabelecendo relações espaciais e reconhecendo a sua relevância na criação e construção de objetos de contextos diversos. Os alunos devem também poder comparar, estimar e determinar medidas em vários contextos e, relativamente ao dinheiro, abordar a literacia financeira.

Reforçando a articulação com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, este documento curricular elege algumas **capacidades e atitudes transversais** que mais diretamente se relacionam com a Matemática. Elas contribuem para uma educação matemática mais articulada com a educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos. Estas capacidades e atitudes transversais devem ser alvo de desenvolvimento continuado ao longo dos anos de escolaridade, em todos os domínios de conteúdo.

Capacidades transversais	Atitudes transversais
Pensamento crítico	Autoconfiança
Criatividade	Perseverança
Colaboração	Autonomia
Autorregulação	Valorização do papel da Matemática

### Como aprender Matemática?

Os alunos aprendem Matemática fundamentalmente a partir das oportunidades que os professores lhes proporcionam. Este documento curricular valoriza um conjunto de orientações metodológicas, a explorar pelos professores, que favorecem o alcançar dos objetivos de aprendizagem pelos alunos:

- **Papel do aluno:** Implicar os alunos no processo de aprendizagem, segundo uma abordagem dialógica, é fundamental na promoção do sucesso em Matemática. Proporcionar o exercício da sua agência e autonomia é essencial para a autorregulação da capacidade de aprender. O desenvolvimento do sentimento de pertença ou integração na comunidade de aprendizagem que é a turma cria condições favoráveis à aprendizagem de todos.
- **Dinâmica da aula:** É essencial proporcionar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam durante a exploração de uma tarefa, e sistematizem coletivamente as aprendizagens matemáticas que emergem. Estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes transversais, que devem estar presentes na abordagem e exploração de cada tarefa, em qualquer área de conteúdo.
- **Tarefas:** A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Este documento curricular preconiza o uso de tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, e destaca as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a vida real, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.
- **Articulação de conteúdos:** Este documento curricular destaca a importância de mobilizar, sempre que oportuno, conhecimentos de diferentes domínios na abordagem de uma mesma situação/tarefa. Esta estratégia permite rentabilizar as explorações matemáticas associadas a uma situação/tarefa, e dar relevo às conexões internas da Matemática. Só assim, o aluno pode desenvolver uma visão integrada, e não compartimentada, do saber e da sua relação com o mundo em que vive.
- **Modos de trabalho:** As modalidades de trabalho a adotar com os alunos devem ser diversificadas e escolhidas em função do objetivo de aprendizagem e da tarefa a realizar. Atendendo à necessidade de promover a colaboração, o documento curricular valoriza os modos de trabalho em que os alunos interagem uns com os outros, e também formas de organização em que os alunos trabalham de forma

independente do professor, individualmente ou em pequenos grupos, seguidos de uma discussão coletiva, o que potencia o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

- **Recursos/tecnologia:** A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os materiais manipuláveis devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas. As **ferramentas tecnológicas** devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A literacia digital dos alunos deve incluir a realização de cálculos, a construção de gráficos, a realização de simulações, a recolha, organização e análise de dados, a experimentação matemática, a investigação e a modelação, a partilha de ideias. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robôs, aplicações disponíveis na Internet e *software* para tratamento estatístico, geometria, funções, modelação, e ambientes de programação visual. A **Internet** deve constituir-se como fonte importante de acesso à informação ao serviço do ensino e da aprendizagem da Matemática. A utilização da **calculadora** contempla tanto o objeto tradicional como as aplicações instaladas em dispositivos móveis com funcionalidades semelhantes ou ampliadas e aplicações disponíveis na Internet. A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um caráter instrumental, não como um fim em si mesmo, para promover aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspetivas sobre objetos matemáticos estudados, com influência determinante na natureza das propostas apresentadas pelo professor.

#### Como avaliar as aprendizagens em Matemática?

A avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos. Duas razões principais são de destacar:

- uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma significativa para as aprendizagens dos alunos;
- o foco da avaliação sumativa, o que é testado em cada momento formal, estabelece de forma inequívoca o que é realmente importante saber, correndo-se o risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar.

Este documento curricular assume a importância da **avaliação formativa**. De forma a garantir a coerência com o propósito fundamental da avaliação formativa, o de regular as aprendizagens matemáticas dos alunos (e o ensino do professor), devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. A forma como a avaliação formativa se concretiza no trabalho quotidiano com os alunos é muito variada, podendo ter uma natureza formal ou informal. Contudo, dificilmente se conseguem encontrar estratégias de avaliação formativa eficazes que não incluam o *feedback*, seja ele oral ou escrito.

Não existe um único instrumento que seja simultaneamente adequado a todo o tipo de aprendizagens matemáticas que se espera que os alunos desenvolvam, pelo que importa diversificar os instrumentos de avaliação para recolha de informação. Por exemplo, se o foco for a aquisição de conhecimentos de factos ou procedimentos matemáticos, um instrumento a ser respondido na forma escrita, individual e em tempo limitado, como sejam uma questão de aula ou um teste, pode ser adequado. Mas se o objeto de avaliação for a capacidade de resolução de problemas ou de raciocínio matemático, a realização de uma tarefa, em tempo alargado, que faça apelo a uma destas

capacidades, poderá ser mais adequado. A apresentação e discussão oral desta resolução poderá ser uma forma de avaliar a capacidade de comunicação matemática dos alunos. Já a realização de um pequeno projeto, a pares ou em grupo, poderá fornecer ao professor e aos alunos evidências da sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas com outras disciplinas ou da sua literacia estatística.

Para que a avaliação, enquanto atividade de comunicação, realmente aconteça, é imprescindível discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação para cada tipologia de aprendizagens ou de tarefas a realizar (por exemplo, o que é importante na resolução de problemas? O que os alunos têm de evidenciar para revelarem ter capacidade de resolver problemas?). A apropriação dos critérios de avaliação por parte dos alunos constitui um importante contributo para o desenvolvimento da sua capacidade de **autorregulação**.

### Como é que este documento apoia o trabalho do professor que ensina Matemática?

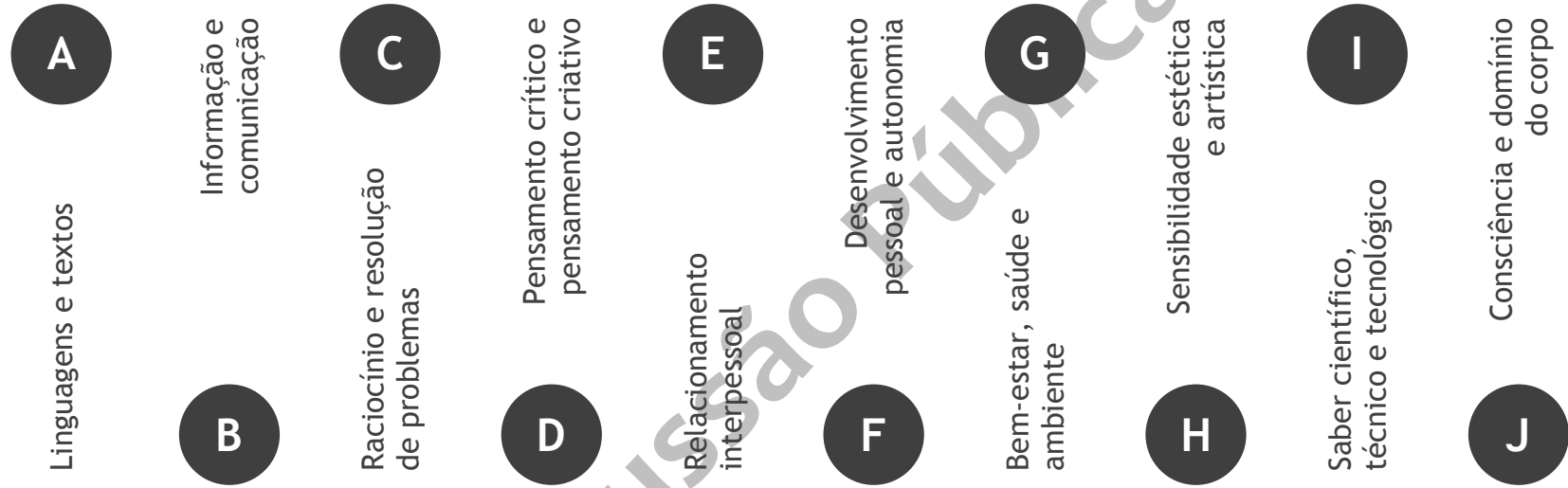
O professor é um elemento-chave mediador das aprendizagens matemáticas dos alunos. O trabalho que realiza vai necessariamente determinar o que aprendem e como aprendem, sendo fundamentais as suas escolhas relativamente à abordagem dos conteúdos de aprendizagem e às orientações metodológicas que integram o documento curricular. Expresso no formato das Aprendizagens Essenciais, este documento curricular apresenta-se organizado em quatro colunas, que importa distinguir:

1. **Temas e tópicos matemáticos:** Identifica os conceitos matemáticos a abordar ao longo do ano de escolaridade, sem pretender estabelecer uma ordem sequencial;
2. **Objetivos de aprendizagem – conhecimentos, capacidades e atitudes:** Explicita as aprendizagens que o aluno deve revelar relativamente a cada tópico matemático, incidindo nos conhecimentos e nas capacidades matemáticos definidos neste documento curricular;
3. **Ações estratégicas de ensino do professor:** Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para a promoção dos objetivos de aprendizagem definidos, relativos aos conteúdos matemáticos e também às capacidades e atitudes transversais ancoradas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Inclui também exemplos de abordagens aos conhecimentos, tarefas a propor aos alunos e o modo de as explorar, para clarificação e ilustração das orientações metodológicas a que diz respeito;
4. **Áreas de competências do Perfil dos Alunos:** Indica as áreas de competências definidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória cujo desenvolvimento é promovido, de forma explícita, pelas ações estratégicas do professor.

Assim, este documento curricular estabelece uma ligação entre as aprendizagens matemáticas visadas, as indicações metodológicas e as áreas de competências, conhecimentos, capacidades e atitudes, definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

O professor encontra neste documento um recurso de trabalho que lhe permitirá delinear o seu ensino, que necessariamente terá de adequar aos seus contextos e às características das suas turmas. Reconhecer que aprender Matemática é um direito universal de todos implica desenvolver práticas que promovam a inclusão, querendo isto dizer que a diferenciação é uma ideia-chave a estar presente nas preocupações do professor relativamente ao quotidiano da sala de aula.

ÁREAS DE  
COMPETÊNCIAS  
DO PERFIL DOS  
ALUNOS  
(ACPA)





## OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>CAPACIDADES MATEMÁTICAS</b></p> <p><b>Resolução de problemas</b></p> <p><b>Processo</b></p> <p><b>Estratégias</b></p>	<p>Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).</p> <p>Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia.</p> <p>Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.</p>	<p>Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática.</p> <p>Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes.</p> <p>Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.</p> <p>Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama.</p> <p>Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

<b>Raciocínio matemático</b>	<p>Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p>	<p>Proporcionar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos solicitando, de forma explícita, processos como conjecturar, generalizar e justificar [Exemplo: Será que o produto de duas frações positivas é sempre maior do que cada um dos fatores? Justifica a tua resposta. Sendo <math>n</math> um número natural, será que <math>n^2+n+17</math> é sempre um número primo? Justifica a tua resposta].</p> <p>Apoiar os alunos na procura e reconhecimento de regularidades em objetos em estudo, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente, e valorizando a sua criatividade.</p>	A, C, D, E, F, I
<b>Conjeturar e generalizar</b>			
<b>Classificar</b>	<p>Classificar objetos atendendo às suas características.</p>	<p>Incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos agrupando-os com base em características matemáticas.</p>	
<b>Justificar</b>	<p>Distinguir entre testar e validar uma conjectura.</p> <p>Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.</p> <p>Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura/generalização.</p>	<p>Promover a comparação pelos alunos, a partir da análise das suas resoluções, entre testar e validar uma conjectura, destacando a diferença entre os dois processos, e desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Favorecer, através da resolução de diversas tarefas, o conhecimento de diferentes formas de justificar, como seja, por coerência lógica, pelo uso de exemplos genéricos ou de contraexemplos, por exaustão e por redução ao absurdo. Após familiarização com estas diferentes formas, orquestrar uma discussão com toda a turma sobre as suas diferenças e sua adequação, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Proporcionar a análise, a pares ou em grupo, de justificações feitas por outros, incentivando o fornecimento de <i>feedback</i> aos colegas, valorizando a aceitação de diferentes pontos de vista e promovendo a autorregulação pelos alunos.</p>	
<b>Pensamento computacional</b>			C, D, E, F, I
<b>Abstração</b>	<p>Extrair a informação essencial de uma tarefa</p>	<p>Criar oportunidades para que os alunos representem problemas de forma simplificada, concentrando-se na informação mais importante em detrimento de detalhes desnecessários</p>	

	de modo a reduzir a sua complexidade e facilitar a estruturação da sua resolução.	e identificando princípios que possam ser aplicados noutros problemas similares.	
Decomposição	Estruturar tarefas por etapas menos complexas e mais fáceis de gerir.	Incentivar a identificação de elementos importantes e estabelecer ordens entre eles na execução de uma tarefa, criando oportunidades para os alunos decompor a tarefa em partes mais simples, diminuindo desta forma a sua complexidade.	
Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes.	Incentivar a identificação de padrões durante a resolução de problemas, solicitando que os alunos os descrevam e realizem previsões com base nos padrões identificados.	
Algoritmia	Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema dado, nomeadamente recorrendo à tecnologia.	Promover o desenvolvimento de práticas que visem estruturar, passo a passo, o processo de resolução de um problema, incentivando os alunos a criarem algoritmos que possam descrever essas etapas, nomeadamente com recurso à tecnologia, promovendo a criatividade e valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão de todos.	
Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	Incentivar os alunos a raciocinarem por si mesmos e a definirem estratégias de testagem e "depuração" (ou correção), quando algo não funciona da forma esperada ou planeada ou tem alguma imprecisão, com o intuito de encontrar erros e melhorarem as suas construções, incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática e promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.	
Comunicação matemática			A, C, E, F
Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e	Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem,	

	processos matemáticos, oralmente e por escrito.	questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança. Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas. Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos, favorecendo a autorregulação dos alunos [Exemplos: Questão para obter informação: Que informação tiras do gráfico?; Questão para apoiar o raciocínio: Porque é que é sempre mais 4?; Questão para encorajar a reflexão: O que existe de diferente entre estas duas resoluções?].	
Discussão de ideias	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.	
Representações matemáticas			A, C, D, E, F, I
Representações múltiplas	Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas. Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.	Adotar representações físicas diversas para simular situações matemáticas, especialmente com alunos mais novos, não só com recurso a materiais manipuláveis, mas também com a dramatização de processos durante a resolução de problemas. Solicitar aos alunos que façam representações visuais (desenho, diagramas, esquemas...) para explicar aos outros a forma como pensam na resolução de um problema. Valorizar novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros e a consideração de uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos. Orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes resoluções de uma dada tarefa que mobilizem representações distintas, comparar coletivamente a sua eficácia e concluir sobre o papel que podem ter na resolução de tarefas com características semelhantes, valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos	

## Conexões entre representações

Estabelecer conexões e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.

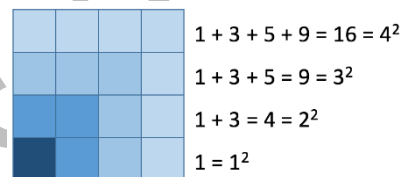
## Linguagem simbólica matemática

Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.

alunos e reconhecendo o seu espírito de iniciativa e autonomia [Exemplos: Valorizar o papel dos diagramas para evidenciar as relações e estrutura matemática de um problema; Valorizar as tabelas para organizar e sistematizar casos particulares em busca de uma regularidade].

Proporcionar recursos que agilizem a partilha das diferentes representações feitas pelos alunos na resolução das tarefas [Exemplo: Fornecer a cada grupo folhas A3 e canetas grossas de cor, para registar a resolução de um problema; fotografar a resolução de um grupo e partilhá-la digitalmente, projetada para toda a turma].

Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática [Exemplo: A representação visual da sequência dos números quadrados permite compreender porque resultam de adições dos números ímpares consecutivos, valorizando o sentido crítico dos alunos e o trabalho de alunos que ainda não revelem um nível suficiente de autoconfiança].



Incentivar o uso progressivo de linguagem simbólica matemática.

Confrontar os alunos com descrições de uma mesma situação através de representações múltiplas e identificar as vantagens da linguagem simbólica.

<p><b>Conexões matemáticas</b></p>	<p>Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.</p>	<p>Explorar as conexões matemáticas em tarefas que façam uso de conhecimentos matemáticos de diferentes temas e explicitar essas relações de modo a que os alunos as conexões [Exemplo: No exemplo acima, evidenciar as conexões internas pela explicitação das relações entre os números e os quadrados].</p>	<p>C, D, E, F, H</p>
<p><b>Conexões internas</b></p>	<p>Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões).</p>	<p>Mobilizar situações da vida dos alunos para serem alvo de estudo matemático na turma, ouvindo os seus interesses e ideias, e cruzando-as com outras áreas do saber, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e reconhecendo a utilidade e o poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade [Exemplo: Alunos que façam dança, poderão ver interesse em marcar o chão, para definir posições de referência dos bailarinos em determinadas coreografias, resultando as marcações como um modelo matemático].</p> <p>Convidar profissionais que usem a Matemática na sua profissão para que os alunos os possam entrevistar a esse propósito, promovendo a concretização do trabalho com sentido de responsabilidade e autonomia.</p>	
<p><b>Conexões externas</b></p>	<p>Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.</p> <p>Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.</p>	<p>Selecionar, em conjunto com os alunos, situações da realidade que permitam compreender melhor o mundo em redor [Exemplo: Existem máquinas de recolha de garrafas de plástico que convertem o valor que atribuem aos depósitos, em doações a instituições de solidariedade social ou sem fins lucrativos. Estudar a quantidade de garrafas necessárias para perfazer um dado montante, tendo em conta os valores reais que a máquina atribui a garrafas com diferentes capacidades].</p> <p>Realizar visitas de estudo, reais ou virtuais, para observar a presença da Matemática no mundo que nos rodeia e sonhar com a sua transformação, reconhecendo o papel da Matemática na criação e construção da realidade, e incentivando novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros. [Exemplo: Convidar os alunos a observar fachadas de edifícios comuns, identificar como a Matemática foi usada nessa construção, e incentivá-los a propor novas fachadas renovadas].</p>	
<p><b>Modelos matemáticos</b></p>			

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>NÚMEROS</b></p> <p>Números racionais</p> <p>Multiplicação e divisão</p>	<p>Reconhecer um número racional negativo como o produto do seu simétrico por -1.</p> <p>Multiplicar e dividir números racionais.</p> <p>Reconhecer as propriedades da multiplicação e da divisão de números racionais.</p> <p>Identificar um número racional como uma dízima finita ou infinita periódica.</p> <p>Representar dízimas infinitas periódicas (de período 3 ou 6) por frações com denominador igual a 3.</p> <p>Reconhecer a diferença entre valores aproximados e valores exatos e a sua adequação a diferentes contextos.</p> <p>Interpretar situações que envolvam as operações com números racionais negativos, quer as respostas a dar sejam valores exatos, quer sejam valores aproximados, e resolver problemas associados.</p>	<p>Reconhecer que um número inteiro negativo é resultado de uma adição sucessiva de parcelas iguais a -1, em número igual ao do simétrico do número, dando sentido à multiplicação de um número natural por -1.</p> <p>Conduzir ao reconhecimento de um número racional negativo como o produto do seu simétrico por -1 e usar esta propriedade no contexto da multiplicação de dois racionais, promovendo a sua compreensão.</p> <p>Propor situações que conduzam ao uso da calculadora para analisar de forma crítica o sinal de produtos e quocientes de racionais [Exemplo: Propor aos alunos que calculem mentalmente <math>(-7)/(-5)</math> e que usem a calculadora (ou outro instrumento tecnológico) para efetuar o mesmo cálculo, de modo a comparar os resultados obtidos e pedir que expliquem eventuais diferenças; solicitar que prevejam os resultados a obter para o cálculo de <math>(-7)/(-2-3)</math> e de <math>(-2-5)/(-5)</math>, usando o mesmo instrumento e omitindo ou não algum dos parênteses].</p> <p>Propor situações que permitam o reconhecimento de que a multiplicação de números racionais é a operação que estende a multiplicação com números positivos e suas propriedades.</p> <p>Proporcionar o reconhecimento de que os números racionais da forma <math>a/9</math>, com a número natural entre 1 e 8, não admitem uma representação decimal finita [Exemplo: criar grupos de trabalho, atribuir a cada grupo um algarismo diferente entre 1 e 8 e propor</p>	<p>B, C, D, E, I</p>

## Expressões numéricas

Escrever, simplificar e calcular expressões numéricas que envolvam todas as operações com números racionais, fazendo uso das propriedades.

Imaginar e descrever uma situação que possa ser traduzida por uma expressão numérica dada.

## Potências de base racional e expoente inteiro

Compreender o conceito de potência de base racional e expoente inteiro.

Reconhecer e aplicar as regras operatórias de potências de base racional e expoente inteiro.

Simplificar e calcular expressões numéricas envolvendo potências.

Comparar e ordenar potências de base racional e expoente inteiro.

Conjeturar ou generalizar regularidades na multiplicação e divisão de potências e justificar.

Interpretar situações matemáticas que envolvam potências de base racional e expoente inteiro e resolver problemas

que averiguem o que sucede à divisão desse número por 9; comparar resultados e tirar conclusões].

Propor a resolução de problemas, individual ou a pares, cujas soluções têm de ser expressas por números inteiros, mas que envolvam a realização de operações com racionais e cujo resultado, não sendo um inteiro, imponha arredondamentos, promovendo o sentido crítico dos alunos [Exemplo: Dividir a conta do restaurante por 3 pessoas, verificando em que situações a divisão é exata e como proceder quando não o é].

Promover a valorização das propriedades da multiplicação, nomeadamente pela sua aplicação no cálculo mental com apoio em registos escritos

$$\begin{aligned} \text{[Exemplo: } & -\left(-\frac{5}{2}\right) \times 3 + \frac{4}{7} \times \left(-\frac{5}{8}\right) = (-3) \times \left(-\frac{5}{2}\right) + \frac{1}{7} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \\ & = \left(-3 + \frac{1}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{20}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{50}{7} \text{].} \end{aligned}$$

Promover a identificação das regras das potências de base -1 e expoente natural e conduzir os alunos na generalização às potências de base racional e expoente natural.

Propor a exploração, em grupo, e consequente discussão com toda a turma, de divisões de potências com igual base, contribuindo para a compreensão do significado de potência de expoente negativo ou nulo, incentivando a colaboração entre os alunos.

Propor a comparação e ordenação de potências sem necessidade de efetuar cálculos [Exemplo:  $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ ,  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ ,  $(-1)^3$ ,  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$ ,  $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$ ,  $2^3$ ,  $2^{-3}$ ,  $(-2)^3$ ,  $(-2)^{-3}$ ].

Providenciar problemas, por exemplo de sequências, em que as potências sejam usadas para modelar com vantagem situações matemáticas.



<p>Raiz quadrada</p>	<p>associados.</p> <p>Trabalhar com potências de base racional e expoente inteiro, apresentando e explicando ideias e raciocínios.</p> <p>Conhecer os quadrados perfeitos (até 144) e relacionar a representação pictórica com a representação algébrica.</p> <p>Estimar e enquadrar raízes quadradas, com recurso à tecnologia.</p> <p>Calcular raízes quadradas de quadrados perfeitos e valores aproximados de outras raízes quadradas com recurso à tecnologia.</p>	<p>Solicitar a resolução de problemas envolvendo o conceito de raiz quadrada de quadrados perfeitos [Exemplo: “Qual é o lado de um quadrado com 81cm<sup>2</sup> de área?”; “Sabendo que um retângulo tem 50cm<sup>2</sup> de área e que pode ser dividido em dois quadrados, qual é a medida dos seus lados?”].</p> <p>Estimar raízes quadradas a partir da comparação dos radicandos e sua comparação com números racionais positivos a partir do enquadramento ou estimativa das raízes quadradas com recurso à calculadora, promovendo a perseverança na atividade matemática [Exemplo: Estimar o valor de <math>\sqrt{70}</math>. Incentivar a justificação que como <math>8^2 = 64</math> e <math>9^2 = 81</math>, então <math>8 &lt; \sqrt{70} &lt; 9</math>].</p> <p>Mobilizar o conhecimento dos alunos, sobre o efeito que o aumento da medida do lado do quadrado produz na sua área, para a comparação e ordenação de raízes quadradas de números racionais positivos.</p>	
<p>Notação científica</p>	<p>Representar e comparar números racionais positivos em notação científica.</p> <p>Reconhecer e utilizar números representados em notação científica com tecnologia.</p> <p>Operar com números em notação científica em casos simples (percentagens, dobro, triplo, metade).</p>	<p>Propor a recolha individual de notícias que envolvam números grandes e que permitam o cálculo envolvendo percentagens e sua análise a pares, na aula, para introduzir a notação científica.</p> <p>Interpretar a representação de números em notação científica em diferentes tipos de tecnologia (calculadoras, folha de cálculo, Internet) para a compreensão do significado de notação utilizada.</p>	

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>ÁLGEBRA</b></p> <p><b>Função afim</b></p> <p>Funções do tipo <math>f(x) = ax + b</math></p>	<p>Representar uma função afim usando representações múltiplas (gráfico, expressão algébrica e tabela) e estabelecendo conexões entre as mesmas.</p> <p>Reconhecer o efeito da variação de cada parâmetro numa função afim.</p> <p>Identificar as funções constantes e lineares como casos particulares das funções afins.</p> <p>Interpretar e modelar situações da realidade com função afim e fazer previsões.</p> <p>Identificar uma função de proporcionalidade direta como função linear.</p> <p>Ouvir os outros, discutir, e contrapor argumentos, de forma fundamentada, no contexto da função de proporcionalidade direta.</p> <p>Estabelecer conexões matemáticas com situações da realidade.</p>	<p>Partindo de uma situação concreta, apoiar os alunos na identificação da função que a representa, usando diversas representações e relacionando-as [Exemplo: “O João vai com os seus pais visitar uma prima que vive em Londres. Decidiu verificar a taxa de câmbio de euros para libras. Pesquisa a taxa em vigor e ajuda o João a converter diferentes valores de euros para libras. Representa as diferentes conversões na forma de tabela, gráfico e expressão algébrica”. Explorar a situação considerando ou não a cobrança de uma comissão fixa por transação].</p> <p>Propor a modelação de fenómenos pela determinação de modelos lineares adequados, a partir de recolha de dados, realizada em grupo, evidenciando a relevância da Matemática para a compreensão de situações da realidade [Exemplo: Propor o estudo da variação da altura de uma vela em função do tempo, durante a sua combustão. Este estudo pode ser realizado em grupo com velas de aniversário iguais ou com alturas e densidades diferentes (uma por grupo). Neste segundo caso, incentivar a análise e comparação dos resultados obtidos e concluir sobre o modo como a altura da vela ou a sua densidade se reflete no respetivo modelo linear].</p> <p>Confrontar os alunos com diferentes situações da realidade, levando-os a verificar que existem outras cuja modelação não se faz por uma função afim [Exemplo: Regista a temperatura de uma bebida quente, deixada a arrefecer, ao longo do tempo. Representa os dados obtidos num gráfico e discute se podem ser aproximados por uma função afim].</p> <p>Promover a representação gráfica de funções, a pares, com recurso a ambientes de geometria dinâmica (AGD) e investigar os efeitos da</p>	<p>A, B, C, D, E, I</p>

Expressões algébricas

Polinômios

Operações com polinômios

Identificar monômios e polinômios.  
 Descrever propriedades de números ou suas relações, bem como propriedades de operações, com recurso a polinômios e vice-versa.

Adicionar e multiplicar polinômios.

variação de parâmetros, desenvolvendo o sentido crítico dos alunos.

Propor a análise, a pares, com conseqüente discussão com toda a turma, de situações que permitam aos alunos constatar e explicar a ausência de proporcionalidade direta em variações afins [Exemplo: Custos relacionados com uma compra online que inclua o custo na loja física acrescido de uma taxa fixa de entrega ao domicílio].

Apresentar exemplos diversos que permitam clarificar a diferença entre variável e parâmetro, em contexto diverso [Exemplo: Todas as funções afins são definidas por expressões da forma  $ax + b$  e para cada função  $a$  e  $b$  assumem um valor concreto e  $x$  varia].

Identificar polinômios entre expressões algébricas dadas [Exemplo:

$$2 - 3x + 6; x^2 + 2; \frac{3}{x^2+1} ]$$

Calcular o valor de um polinômio para uma atribuição de valores às suas variáveis.

Proporcionar oportunidades diversas, quer para evidenciar a vantagem do uso de linguagem simbólica, nomeadamente com recurso a polinômios, quer para interpretar em contexto as operações com polinômios [Exemplo: a soma de um número  $b$  e o dobro do seu simétrico é traduzido por  $b+2(-b)$ ; a comutatividade da adição é traduzida por  $x + y = y + x$ ;  $ab(a+b)$  representa o volume de um paralelepípedo cuja altura é igual à soma dos lados da base].

Promover o uso das propriedades das operações com polinômios [Exemplo: Dado um retângulo cujos lados medem  $2m$  e  $3m$ , determina a área dos retângulos que se obtêm deste prolongando pelo mesmo valor cada um dos seus lados. Simplifica a tua resposta].

A, B, I

Equações			A, B, C, D, E, F, I
Resolução de equações do 1.º grau a uma incógnita	<p>Reconhecer equações do 1.º grau a uma incógnita com denominadores e parênteses.</p> <p>Resolver equações do 1.º grau a uma incógnita com denominadores e parênteses.</p> <p>Representar, por meio de uma equação, situações em contextos matemáticos e não matemáticos, e vice-versa.</p> <p>Analisar, comparar e ajuizar a adequação de resoluções realizadas por si e por outros.</p>	<p>Conduzir os alunos na ampliação dos princípios de equivalência da resolução de equações [Exemplos: <math>2x - 3 + x = 5 - x</math> é equivalente a <math>2x - 3 + x + x = 5</math> e esta equação, por sua vez, é equivalente a <math>4x - 3 = 5</math>;</p> <p><math>\frac{3+x}{2} = 5 + x \Leftrightarrow 3 + x = 2(5 + x) \Leftrightarrow 3 + x = 10 + 2x</math>].</p> <p>Solicitar a representação por meio de equações situações em diversos contextos, e vice-versa, promovendo a criatividade dos alunos e o sentido crítico.</p> <p>Dar aos alunos, agrupados em pares, resoluções de equações com erros mais comuns e pedir que concluam, justificando, se estão corretas, proporcionando <i>feedback</i> aos alunos de modo a favorecer a sua autorregulação.</p>	
Equações literais	<p>Reconhecer fórmulas de outras áreas científicas e do contexto da Matemática, como equações literais, estabelecendo conexões com outras áreas do saber.</p> <p>Resolver equações do 1.º grau, com duas incógnitas, em ordem a uma delas.</p>	<p>Promover a identificação de fórmulas ou de equações literais estudadas em Físico-Química, possivelmente em trabalho coordenado com o docente dessa disciplina [Exemplo: A propósito da velocidade do som <math>v=d/t</math> e da massa volúmica <math>\rho=m/v</math>].</p>	
Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas	<p>Reconhecer sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas.</p> <p>Averiguar, algebricamente ou geometricamente, se entre pares de números apresentados, existe uma solução de um dado sistema de equações.</p> <p>Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas, recorrendo a diferentes representações, relacionando a</p>	<p>Propor a recolha individual de desafios que frequentemente se encontram em redes sociais e a sua tradução por sistemas de equações, promovendo a iniciativa e autonomia dos alunos.</p> <p>Promover o uso, a pares, de tecnologia (AGD, calculadora gráfica, <i>applets</i>) para a resolução gráfica de sistemas de equações, e estabelecer relações com a resolução algébrica, promovendo a compreensão do significado de sistema de duas equações.</p> <p>Propor situações que levem a estabelecer, a pares ou em grupo, relações entre os declives das retas definidas pelas equações de um sistema dado e o número de soluções desse sistema, incluindo a</p>	

resolução algébrica e a gráfica.

Resolver problemas que envolvam sistemas de equações, em diversos contextos, descrevendo as estratégias de resolução seguidas e fundamentando a sua adequação.

Descrever e explicitar a adequação das estratégias de resolução de problemas que envolvem sistemas de equações.

relevância da ordenada na origem no caso em que os declives são iguais.

Incentivar a apresentação e orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes estratégias de resolução de problemas, de modo a concluir a eficácia e vantagens das diferentes estratégias e representações, desenvolvendo o sentido crítico.

Versão Discussão Pública

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>DADOS</b></p> <p>Planeamento do estudo, recolha e organização de dados</p> <p>Questões estatísticas</p>	<p>Formular questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas.</p>	<p>Suscitar questionamentos concretos por parte dos alunos que façam emergir questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas. Discutir a adequabilidade das questões a estudar de modo a que seja possível ter informação sobre o que se quer saber, promovendo o reconhecimento da utilidade e poder da Matemática na previsão e compreensão da realidade.</p> <p>Valorizar questões sobre assuntos relacionados com temas que vão ao encontro dos interesses dos alunos ou que possam ser integrados com domínios de saber do currículo do 8.º ano, evidenciando a importância da Matemática para a compreensão de situações de outras áreas do saber, suscitar a curiosidade e incitar à descoberta. No caso de se optar por um estudo que envolva outra(s) disciplina(s) do plano de estudos dos alunos, poder-se-á considerar um trabalho de projeto.</p> <p>Favorecer que diferentes grupos se dediquem a diferentes questões que se complementem na produção de conclusões sobre o assunto a estudar, incentivando a colaboração entre os alunos.</p> <p>Discutir, com toda a turma, a formulação das questões com o objetivo de antecipar dificuldades de tratamento dos dados a recolher decorrentes de um grau de precisão pouco adequado, desenvolvendo o espírito crítico dos alunos [Exemplo: Analisar os tempos da final da prova de atletismo de 100 metros dos Jogos Olímpicos com o objetivo de verificar que apenas o arredondamento usado, ou outro mais preciso, permite a</p>	<p>A, B, C, D, E, F, I</p>

Fonte e métodos de  
recolha de dados

Definir quais os dados a recolher, selecionar a fonte e o método de recolha dos dados, e proceder à sua recolha.

diferenciação dos dados].

Solicitar a recolha de dados com recurso umas vezes a fontes primárias e outras a fontes secundárias [Exemplo: Pordata, INE, ALEA].

Apoiar os alunos na procura de soluções adequadas para uma recolha de dados, no que diz respeito ao processo de obter os dados.

Avaliar eventuais consequências de optar por auto-respostas, respostas públicas métodos públicos ou privadas na obtenção dados, promovendo o sentido crítico dos alunos.

Valorizar propostas idiossincráticas imaginadas por alunos para a recolha de dados, e discutir com toda a turma a sua adequação e eficácia, valorizando o espírito de iniciativa e autonomia.

Organização de  
dados (Tabela de  
frequências com  
dados discretos  
agrupados em  
classes e não  
agrupados em  
classes)

Usar tabelas de frequências para organizar os dados (incluindo legenda na tabela).

Conduzir os alunos no sentido de escolherem o modo mais adequado de organizar os dados, por forma a terem uma leitura fácil, incentivando o sentido crítico dos alunos e a tomada de decisões fundamentadas por argumentos próprios.

Agrupar dados discretos em classes caso tal seja necessário para os organizar e visualizar.

Promover a elaboração de tabelas de frequências relativas a dados discretos agrupados em classes e compará-las com as tabelas construídas anteriormente relativas a dados discretos não agrupados.

Limpeza de dados

Limpar dados de gralhas e eliminá-las ou corrigi-las.

Observar o conjunto de dados recolhidos e ordenados e verificar se existem dados inesperados que possam ser gralhas, criando a necessidade da sua limpeza, desenvolvendo o seu pensamento computacional. Em caso afirmativo, voltar a recolher/registar o dado, se possível, excluir o dado ou interrogar a sua plausibilidade.

**Representações gráficas****Diagrama de extremos e quartis simples**

Representar dados através de um diagrama de extremos e quartis simples, incluindo fonte, título e legenda.

Interpretar a influência da alteração de dados na configuração do diagrama de extremos e quartis correspondente.

**Gráficos de linhas duplas**

Representar dados que evoluem com o tempo, em gráficos de linhas duplas, incluindo fonte, título e legenda.

**Análise crítica de gráficos**

Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar para representar conjuntos de dados, incluindo fonte, título, legenda e escalas e justificar a(s) escolha(s) feita(s).

Analisar e comparar diferentes representações gráficas provenientes de fontes secundárias, discutir a sua adequabilidade e concluir criticamente sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas, desenvolvendo a literacia estatística.

Sensibilizar os alunos para a simplicidade da representação dos dados através do diagrama de extremos e quartis por requerer apenas a identificação de 5 dados.

Propor a exploração visual de um diagrama de extremos e quartis pela alteração de um dado, usando tecnologia [Exemplo: AGD ou folha de cálculo], a pares ou em grupo, e promover a interpretação da influência dessa alteração.

Propor situações que incentivem à construção e análise de gráficos de linhas duplas [Exemplo: Recolher a partir do Pordata dados relativos a duas variáveis, como seja o número de árbitros na modalidade de natação e o número de praticantes dessa modalidade ao longo dos últimos 10 anos; representar esses dados num gráfico de linhas dupla; comparar a evolução nos dois conjuntos de dados; e procurar hipóteses explicativas sobre essa evolução].

Propor a cada grupo de alunos que apresente uma representação gráfica, apropriada à natureza das variáveis, à informação contida nos dados e ao que se pretende transmitir, com o objetivo de a turma distinguir várias representações gráficas, incluindo as trabalhadas anteriormente, e as suas especificidades, incentivando o sentido crítico dos alunos.

Promover a seleção da(s) representação(ões) gráficas a usar no estudo estatístico.

Incentivar a pesquisa de representações gráficas em jornais, revistas ou outras publicações e seleção de exemplos que os alunos considerem interessantes para discussão com toda a turma, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos.

A, B, C, D, E, F, I



## Análise de dados

Resumo dos dados  
(Quartis, Classes  
quartílicas,  
Amplitude  
interquartil)

Interpretar o significado dos quartis e calcular o seu valor por diversas estratégias ajustadas ao conjunto de dados.

Relacionar o 2.º quartil com a mediana.

Compreender a noção de classes quartílicas e de amplitude interquartil.

Reconhecer que a amplitude interquartil é uma medida de dispersão dos dados e calculá-la.

Identificar qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriada(s) para resumir os dados em função não só da sua natureza, mas também de qual a diferença entre estas quando obtidas através de dados não agrupados e dados agrupados. Compreender a vantagem do uso da amplitude interquartil em vez da amplitude para caracterizar a dispersão dos dados.

Propor a análise de gráficos selecionados que contenham manipulações e incentivar a sua identificação e os efeitos obtidos, promovendo o sentido crítico dos alunos.

Explorar, caso surjam, outras representações gráficas inovadoras que melhor consigam “contar”, de forma honesta, a história por detrás dos dados, incluindo sempre a fonte, o título e a legenda, valorizando a criatividade dos alunos e o seu espírito de iniciativa e autonomia.

Conduzir os alunos a reconhecer que os quartis localizam pontos importantes de uma distribuição para além do centro da distribuição dos dados.

Explicitar a opção de considerar, no cálculo dos quartis, a mediana nas duas partes, quando o número de dados for ímpar, reconhecendo qual a vantagem. Discutir a relevância desta opção para o caso de um número elevado de dados.

Incentivar a exploração das propriedades das medidas de localização (moda, média e mediana) e de dispersão (amplitude e amplitude interquartil), em particular sobre a maior ou menor resistência de cada uma destas medidas a valores muito grandes ou muito pequenos.

Discutir o significado da amplitude interquartil, identificando que o valor zero para esta medida não equivale à inexistência de dispersão.

Discutir a noção de classe quartílica por comparação com os quartis [Exemplo: Mostrar um fio, não esticado, e solicitar aos alunos uma estimativa do seu comprimento. Registrar e agrupar esses dados e identificar as classes quartílicas. Discutir a amplitude das estimativas e a possibilidade de reduzir ou aumentar a variação].

C, D, E, F

### Interpretação e conclusão

Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.

Ler, interpretar e discutir distribuições de dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros, discutindo, contrapondo argumentos, de forma fundamentada.

Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.

### Comunicação e divulgação do estudo

#### Público-alvo e recursos para a divulgação do estudo

Decidir a quem divulgar o estudo realizado e elaborar diferentes recursos de comunicação de modo a divulgá-lo de forma rigorosa, eficaz e não enganadora.

Divulgar o estudo, contando a história que está por detrás dos dados e levantando questões emergentes para estudos futuros.

Explorar a situação de os dados se apresentarem agrupados para obter, através da tabela de frequências relativas acumuladas, a mediana e os quartis.

Confrontar diversos diagramas de extremos e quartis com as respetivas amplitudes interquartis e retirar conclusões. Gerir a discussão com toda a turma e incentivar a forma de comunicação dos alunos, incentivando progressivamente a construção da autoconfiança dos alunos.

Explorar as potencialidades do diagrama de extremos e quartis, que permite visualizar aspetos relevantes da distribuição dos dados [Exemplo: incentivar a construção de diagramas de extremos e quartis, em grupo, a partir de dados recolhidos na turma, para identificar aspetos como a simetria, localização do centro e a dispersão].

Estabelecer nos alunos a ideia de que uma análise de dados nunca está completa se tudo o que foi realizado anteriormente não for interpretado e discutido.

Apoiar os alunos na formulação de novas questões que as conclusões do estudo possam suscitar.

Apoiar e acompanhar o desenvolvimento, em grupo, do estudo estatístico, nomeadamente a sua divulgação, reservando momentos de trabalho na sala de aula para este fim.

Promover a discussão com toda a turma sobre a quem divulgar as conclusões e novas questões que emergem do estudo, incentivando a curiosidade.

Dar autonomia aos alunos para escolherem o modo de comunicação/divulgação dos seus resultados apoiando-os na preparação dessa comunicação que incluirá a realização de um

A, B, E, F, H, I

<p>Análise crítica da comunicação</p>	<p>Analisar criticamente a comunicação de estudos estatísticos realizados nos media, desenvolvendo a literacia estatística.</p>	<p>documento de apoio [Exemplo: Escrita de um relatório, elaboração de um poster, criação de um infográfico]. Sensibilizar para aspetos centrais, como a relevância da informação selecionada.</p> <p>Promover a discussão coletiva sobre os elementos indispensáveis a considerar na comunicação, ouvindo as ideias dos alunos e valorizando o espírito de síntese e o rigor para uma boa comunicação.</p> <p>Promover a divulgação, em grupo, destes trabalhos, a acontecer na sala de aula ou em outros espaços da escola/agrupamento, incentivando o gosto e autoconfiança na atividade matemática e promovendo a capacidade de trabalhar em equipa.</p> <p>Propor a análise, em grupo, de notícias relativas a estudos estatísticos acessíveis que surjam nos media, incentivando a autonomia dos alunos, e suscitar a discussão da história que contam, a identificação de elementos omissos, o levantamento do que deixam por contar.</p>	<p>D, E F, I</p>
<p>Probabilidades</p>			
<p>Experiência aleatória</p>	<p>Reconhecer as características de uma experiência aleatória.</p>	<p>Identificar os elementos que caracterizam uma experiência, a partir de ideias que os alunos trazem sobre o entendimento que dão a uma experiência aleatória, promovendo a sua compreensão.</p>	
<p>Espaço de resultados ou espaço amostral</p>	<p>Reconhecer o conjunto dos resultados possíveis, quando se realiza uma experiência aleatória, como o espaço de resultados ou espaço amostral.</p>	<p>Propor a análise de uma experiência aleatória que conduza à identificação de todos os resultados possíveis, identificando o acontecimento impossível, o acontecimento certo, acontecimentos elementares e acontecimentos compostos, desenvolvendo o sentido crítico [Exemplo: Extrair uma bola de um saco que contém três bolas numeradas de 1 a 3 ou lançamento de um dado tetraédrico].</p>	
<p>Acontecimentos</p>	<p>Designar os elementos de um acontecimento como “resultados favoráveis” à realização desse acontecimento.</p>	<p>Explorar ideias que os alunos trazem sobre acontecimentos certos e impossíveis.</p>	

<p>Tabelas de probabilidade</p>	<p>Reconhecer e dar exemplos de acontecimentos certos e impossíveis.</p> <p>Interpretar acontecimentos como conjuntos, utilizando a terminologia correta.</p> <p>Identificar acontecimentos associados a uma experiência aleatória como elementos do espaço amostral.</p> <p>Identificar resultados possíveis como acontecimentos elementares e compreender que a soma das suas probabilidades é 1.</p> <p>Construir tabelas de probabilidade associadas a experiências aleatórias, com conjuntos de resultados possíveis finitos.</p>	<p>Promover a identificação de experiências aleatórias em que existam vários resultados favoráveis a um mesmo acontecimento [Exemplo: Num lançamento de um dado cúbico com faces com um número de pintas de 1 a 6, identificar que a ocorrência das faces com 2, 4, e 6 pintas são resultados favoráveis ao acontecimento “sair face par”].</p> <p>Propor a identificação individual do tipo de acontecimento num conjunto de situações apresentadas [Exemplo: Num lançamento de um dado cúbico com faces com um número de pintas de 1 a 6: “Sair uma face com 7 pintas”; “Sair uma face com um número de pintas inferior a 7”; “Sair uma face com um número de pintas igual 1” e “Sair uma face com mais do que uma pinta”].</p> <p>Orientar a construção da tabela de probabilidades associadas a uma experiência aleatória [Exemplo: Se tiver uma caixa com 5 papelinhos, aparentemente iguais, mas 3 com nomes de rapazes e 2 com nomes de raparigas, quais os resultados possíveis e respetivas probabilidades, associados com a experiência que consiste em:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) selecionar um papelinho e ver se é rapaz ou rapariga;</li> <li>b) selecionar dois papelinhos e ver quantos nomes de rapaz aparecem.</li> </ol> <p>Para responder à questão b), propor a utilização de tabelas de dupla entrada].</p>	
<p>Probabilidade frequencista</p>	<p>Estimar a probabilidade de acontecimentos utilizando a frequência relativa.</p> <p>Estimar a probabilidade de acontecimentos (teórica).</p>	<p>Recorrer a ambientes de programação visual ou a folha de cálculo para, por simulação, ilustrar que, quando se repete uma experiência (nas mesmas condições) um número suficientemente grande de vezes, a frequência relativa de um acontecimento ocorrer tende a estabilizar à volta da verdadeira probabilidade desse acontecimento ocorrer, desenvolvendo o pensamento computacional.</p> <p>Em situações em que não seja possível admitir a simetria, levar os alunos, a pares ou em grupo, a utilizar a frequência relativa para atribuir probabilidades a acontecimentos, recorrendo a diversos processos, como seja o recurso a uma base de dados e construindo</p>	

a tabela de probabilidade [Exemplo: Se se pretende saber qual a probabilidade do tipo de sangue de uma pessoa selecionada ao acaso na população portuguesa podemos ter em consideração que a distribuição dos grupos sanguíneos na população portuguesa se faz de acordo com a seguinte tabela de probabilidade (Fonte: INE)].

Tipo sangue	O	A	B	AB
Probabilidade	42%	47%	8%	3%

Versão Discussão PUA



<p>regulares, cones e esferas</p> <p>Poliedros regulares</p>	<p>Distinguir poliedros regulares e não regulares e explicar as diferenças.</p> <p>Construir modelos tridimensionais dos poliedros regulares e de algumas planificações.</p> <p>Visualizar poliedros e suas planificações.</p> <p>Identificar e justificar os poliedros regulares que existem.</p>	<p>Promover a exploração de poliedros regulares, colocando a questão: “Quantos poliedros regulares é possível construir? Justifica as tuas respostas.” Para a sua resolução os alunos poderão usar em grupo polígonos de encaixe ou AGD, devendo dispor de tempo suficiente de trabalho para que não desistam prematuramente. A questão a responder poderá ser subdividida, iniciando-se com questões que orientem a exploração dos alunos.</p> <p>Providenciar a construção de poliedros regulares, recorrendo ao uso de material manipulável, promovendo a perseverança na atividade matemática.</p> <p>Incentivar a exploração de <i>applets</i> para o desenvolvimento da capacidade de visualização.</p>	
<p>Relações entre faces, arestas e vértices</p>	<p>Estabelecer relações entre o número de elementos das classes de sólidos (faces, arestas e vértices).</p> <p>Inferir a fórmula de Euler a partir da análise de um conjunto alargado de poliedros.</p> <p>Relacionar elementos de poliedros com propriedades de números inteiros, raciocinando matematicamente.</p> <p>Validar experiências prévias através do reconhecimento da fórmula de Euler.</p>	<p>Proporcionar oportunidades para os alunos conjeturarem, generalizarem e justificarem relações entre o número de vértices, arestas e faces de poliedros, usando propriedades de números inteiros [Exemplo: Identificar uma propriedade do número de total de arestas de uma pirâmide ou de um prisma].</p> <p>Apoiar a exploração, a pares ou em grupo, das propriedades dos poliedros regulares e de alguns poliedros não regulares, incluindo pelo menos um sólido arquimediano. Sugerir o registo das propriedades em tabela.</p> <p>Ainda partindo da mesma tabela, incentivar a identificação da fórmula de Euler para todos os poliedros estudados, promovendo progressivamente a construção da autoconfiança dos alunos.</p>	
<p>Translação e Reflexão deslizante</p> <p>Translação associada a um vetor</p>	<p>Construir a imagem de uma figura por translação e por reflexão deslizante.</p>	<p>Incentivar a análise de objetos decorativos para identificar simetrias de translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante [Exemplo: Análise de frisos de azulejos em várias culturas; visita a</p>	<p>D, E, I</p>

<p>Reflexão deslizante</p> <p>Simetria de uma figura</p>	<p>Relacionar a composição de translação com a adição de vetores.</p> <p>Construir frisos simples.</p> <p>Identificar simetrias.</p> <p>Interpretar e modelar situações do mundo real que envolvam simetria.</p>	<p>museus ou fábricas que tenham azulejos].</p> <p>Solicitar a construção de frisos diferentes a partir do mesmo motivo com recurso a AGD, <i>applets</i> ou software específico (GECLA), estimulando a criatividade dos alunos.</p> <p>Estabelecer conexões que envolvam frisos ou padrões [Exemplo: Em parceria com a disciplina de Educação Visual desenvolver um trabalho de projeto], evidenciando a relevância da Matemática na criação e construção do mundo que nos rodeia.</p>	
--	--	---	--

Versão Discussão Pública