



---

1<sup>a</sup> Fase | junho de 2022

---

**12.<sup>º</sup> Ano de Escolaridade**

---

1. Analisando cada uma das opções, verifica-se que

$$\lim \frac{(-1)^n}{n} = \lim \left[ (-1)^n \times \frac{1}{n} \right] = 0, \text{ visto que a sucessão de termo geral } (-1)^n \text{ é limitada}$$

$$(-1 \leq (-1)^n \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}) \text{ e a sucessão de termo geral } \frac{1}{n} \text{ tem limite zero}$$

Trata-se do produto de um infinitésimo por uma sucessão limitada, portanto, convergente para zero

**Resposta: B**

2. Sabe-se que a soma dos cinco primeiros termos da progressão é igual a 211, logo, tem-se,

$$\begin{aligned} S_5 = 211 &\Leftrightarrow u_1 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^5}{1 - \frac{2}{3}} = 211 \Leftrightarrow u_1 \times \frac{1 - \frac{32}{243}}{\frac{1}{3}} = 211 \Leftrightarrow u_1 \times \frac{211}{\frac{243}{3}} = 211 \Leftrightarrow \frac{3u_1}{243} = 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 3u_1 = 243 \Leftrightarrow u_1 = \frac{243}{3} \Leftrightarrow u_1 = 81 \end{aligned}$$

Desta forma, resulta que

$$u_5 = 81 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 81 \times \frac{16}{81} = 16$$

3. De  $P(\bar{B}) = 0.6$ , resulta,  $1 - P(B) = 0.6 \Leftrightarrow P(B) = 1 - 0.6 \Leftrightarrow P(B) = 0.4$

Ora,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), \text{ visto que } P(A \cap B) = 0$$

Assim, tem-se,

$$P(A \cup B) = 0.6 \Leftrightarrow P(A) + P(B) = 0.6 \Leftrightarrow P(A) + 0.4 = 0.6 \Leftrightarrow P(A) = 0.6 - 0.4 \Leftrightarrow P(A) = 0.2$$

$$\text{Portanto, } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.2 = 0.8$$

**Resposta: D**

4.  $3 \times {}^2C_2$  representa o número de maneiras distintas de escolher uma das três cores das peças e, para a cor que se escolheu, colocar duas peças dessa cor em duas casas do tabuleiro

${}^3C_2 \times {}^{12}A_2$  representa o número de maneiras distintas de escolher duas cores das três cores das peças, e para essa escolha, colocar uma peça de cada cor em duas casas do tabuleiro

5. Sejam os acontecimentos:

$A$  : "O aluno jogou Semáforo"

$B$  : "O aluno jogou Rastros"

Daqui, tem-se,

$$P(A) = 0.5$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.5 = 0.5$$

$$P(\bar{B}) = 0.25$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$P(A|\bar{B}) = \frac{1}{5} = 0.2$$

Pretende-se o valor de  $P(\bar{A} \cap B)$

Ora,

$$\begin{aligned} P(A|\bar{B}) = 0.2 &\Leftrightarrow \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = 0.2 \Leftrightarrow \frac{P(A) - P(A \cap B)}{0.25} = 0.2 \Leftrightarrow 0.75 - P(A \cap B) = 0.2 \times 0.25 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0.5 - P(A \cap B) = 0.05 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0.5 - 0.05 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0.45 \end{aligned}$$

Assim,

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.75 - 0.45 = 0.3 = \frac{3}{10}$$

6. .

- 6.1. Um vetor normal ao plano que contém a base do cone é  $\vec{\alpha}(0; 4; -3)$

Portanto, um vetor normal do plano perpendicular ao plano que contém a base do cone pode ser  $\vec{\alpha}(1; 3; 4)$

E uma equação cartesiana deste plano pedido é  $x + 3y + 4z + d = 0, d \in \mathbb{R}$

Como o ponto  $T(1; 2; -1)$  é ponto deste plano, resulta,

$$1 + 3 \times 2 + 4 \times (-1) + d = 0 \Leftrightarrow 1 + 6 - 4 + d = 0 \Leftrightarrow d = -3$$

Portanto, uma equação cartesiana do plano pedido é  $x + 3y + 4z - 3 = 0$ , ou seja,  $x + 3y + 4z = 3$

**Resposta: D**

6.2. Para determinar o volume do cone, necessitamos de determinar a medida de comprimento da sua altura

Determinemos as coordenadas de  $A$

$$A(0; y; 0), \text{ com } y \in \mathbb{R}$$

Como  $A$  é ponto do plano que contém a base do cone, vem,

$$4y - 3 \times 0 = 16 \Leftrightarrow 4y = 16 \Leftrightarrow y = \frac{16}{4} \Leftrightarrow y = 4$$

Logo,  $A(0; 4; 0)$

Determinemos as coordenadas do ponto  $V$

$$V(0; 0; z), \text{ com } z \in \mathbb{R}$$

A reta  $AV$  tem equação vetorial  $(x; y; z) = (0; 4; 0) + k(0; 4; -3), k \in \mathbb{R}$

Assim, deverá ter-se,

$$\begin{aligned} 0 &= 0 + 0 \wedge 0 = 4 + 4k \wedge z = 0 - 3k \Leftrightarrow 0 = 0 \wedge 4k = -4 \wedge z = -3k \Leftrightarrow 0 = 0 \wedge k = -1 \wedge z = -3k \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0 = 0 \wedge k = -1 \wedge z = -3 \times (-1) \Leftrightarrow 0 = 0 \wedge k = -1 \wedge z = 3 \end{aligned}$$

Logo,  $V(0; 0; 3)$

Assim,

$$\overline{AV} = \sqrt{(0-0)^2 + (0-4)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{0+16+9} = \sqrt{25} = 5$$

Portanto, o volume do cone é igual a

$$V_{Cone} = \frac{\pi \times 3^2 \times 5}{3} = \frac{45\pi}{3} = 15\pi \text{ u.v.}$$

7. Seja  $\alpha$ , a amplitude do ângulo  $ACB$

Assim,

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{2\pi}{6\pi} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

Portanto,

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CB}\| \cos(A\hat{C}B) = 3 \times 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 9 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{2}$$

8. .

8.1.  $2 \in D_f$

A função  $f$  é contínua em  $x = 2$ , se existir  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ , ou seja,

$$\text{se } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{e^{2-x}}{x+2} = \frac{1}{4}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} = \stackrel{(0/0)}{\lim_{x \rightarrow 2^-}} \frac{\sin(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sin(x-2)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x+2} =$$

$$\lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{\sin(y)}{y} \times \frac{1}{4} = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Fez-se a mudança de variável

$$y = x - 2 \Leftrightarrow x = y + 2$$

Se  $x \rightarrow 2^-$ , então,  $y \rightarrow 0^-$

$$\text{Aplicou-se o limite notável: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

$$\bullet f(2) = \frac{e^{2-2}}{2+2} = \frac{1}{4}$$

Como,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$ , tem-se que a função  $f$  é contínua em  $x = 2$

$$8.2. \text{ Seja } f(x) = \frac{e^{2-x}}{x+2}, \text{ com } x \in ]-\infty; -2[$$

Determinemos a função derivada de  $f$

$$f'(x) = \left( \frac{e^{2-x}}{x+2} \right)' = \frac{(e^{2-x})' \times (x+2) - e^{2-x} \times (x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{-e^{2-x} \times (x+2) - e^{2-x} \times 1}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{-e^{2-x} \times (x+2) - e^{2-x}}{(x+2)^2} = \frac{e^{2-x} \times (-x-2-1)}{(x+2)^2} = \frac{e^{2-x} \times (-x-3)}{(x+2)^2}$$

Determinemos zeros de  $f'(x)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{e^{2-x} \times (-x-3)}{(x+2)^2} = 0 \wedge x < -2 \Leftrightarrow e^{2-x} \times (-x-3) = 0 \wedge x+2 \neq 0 \wedge x < -2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x-3 = 0 \wedge x \neq -2 \wedge x < -2 \Leftrightarrow x = -3 \wedge x < -2 \Leftrightarrow x = -3$$

Sinal de  $f'(x)$

$$-x-3 > 0 \Leftrightarrow x < -3$$

$$-x-3 < 0 \Leftrightarrow x > -3$$

$$e^{2-x} > 0, \forall x \in ]-\infty; -2[$$

$$(x+2)^2 > 0, \forall x \in ]-\infty; -2[$$

Quadro de sinal de  $f'(x)$

$x$	$-\infty$	$-3$		$-2$
$-x-3$	+	0	-	n.d.
$e^{2-x}$	+	+	+	n.d.
$(x+2)^2$	+	+	+	n.d.
$f'(x)$	+	0	$\searrow$	n.d.
$f(x)$	$\nearrow$	$-e^5$	$\searrow$	n.d.

$$f(-3) = \frac{e^{2-(-3)}}{-3+2} = -e^5$$

A função  $f$  é crescente em  $]-\infty; -3]$  e é decrescente em  $[-3; -2[$

A função atinge um máximo igual a  $-e^5$ , para  $x = -3$

9. .

9.1. O ponto o ponto do cabo que está mais próximo do solo, corresponde a um valor de  $x$  igual a 5 m

$$f(5) = 6.3 \times \left( e^{\frac{5-5}{12.6}} + e^{\frac{5-5}{12.6}} \right) - 7.6 = 6.3 \times 2 - 7.6 = 12.6 - 7.6 = 5$$

Assim, o ponto do cabo mais próximo do solo tem coordenadas  $A(5; 5)$

Portanto, a distância pedida é igual a  $d = \sqrt{(5-0)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} \approx 7.1$  m

**Resposta:** A

9.2. .

A equação que traduz o problema apresentado é  $h\left(\frac{d}{2}\right) = h(d) - 0.3 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 6.3 \times \left( e^{\frac{\frac{d}{2}-5}{12.6}} + e^{\frac{5-\frac{d}{2}}{12.6}} \right) - 7.6 = 6.3 \times \left( e^{\frac{d-5}{12.6}} + e^{\frac{5-d}{12.6}} \right) - 7.6 - 0.3$ , com  $d \in [0; 10]$

Ou seja,

$$6.3 \times \left( e^{\frac{d-10}{25.2}} + e^{\frac{10-d}{25.2}} \right) - 7.6 = 6.3 \times \left( e^{\frac{d-5}{12.6}} + e^{\frac{5-d}{12.6}} \right) - 7.9, \text{ com } d \in [0; 10]$$

Inserir as funções:

$$y_1 = 6.3 \times \left( e^{\frac{d-10}{25.2}} + e^{\frac{10-d}{25.2}} \right) - 7.6$$

$$y_2 = 6.3 \times \left( e^{\frac{d-5}{12.6}} + e^{\frac{5-d}{12.6}} \right) - 7.9$$

Ajustar a janela de visualização:  $[0; 10] \times [0; 20]$

Procurar a abcissa do ponto de interseção dos gráficos das funções  $y_1$  e  $y_2$

Ponto de interseção:  $A(7.931; 5.042)$

Assim,  $d = 7.9$  m

Resposta:  $d = 7.9$  m

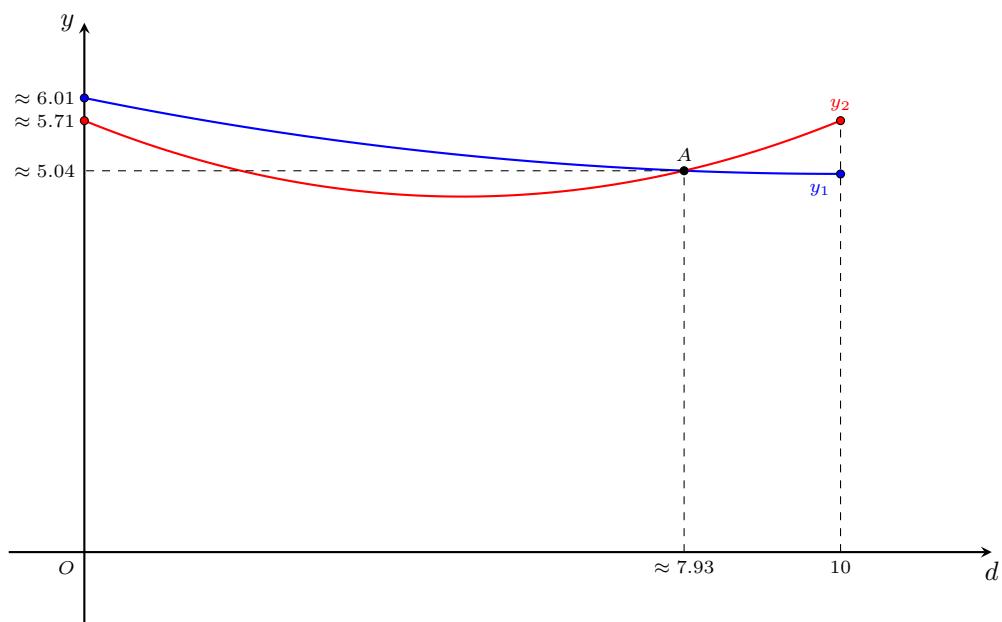


Figura 1

10. Seja  $w = |w|e^{i\theta}$ , com  $\theta = -\frac{\pi}{4}$ , visto que  $Re(w) = -Im(w)$  e  $Re(w) > 1$

Assim,  $w = |w|e^{i(-\frac{\pi}{4})}$

Logo,

$$w^2 = |w|^2 e^{i(-\frac{2\pi}{4})} = |w|^2 e^{i(-\frac{\pi}{2})}$$

Portanto,

$$-iw^2 = e^{i(-\frac{\pi}{2})} \times |w|^2 e^{i(-\frac{\pi}{2})} = |w|^2 e^{i(-\frac{2\pi}{2})} = |w|^2 e^{i(-\pi)} = -|w|^2$$

Como  $Re(w) = -Im(w)$  e  $Re(w) > 1$ , então, o afixo do número complexo  $-iw^2$  é o ponto  $C$

**Resposta:** C

11. Comecemos por passar o número complexo  $w = \frac{-\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}i}$  à forma trigonométrica

$$|-\sqrt{3} + i| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$$

Seja  $\theta$  o argumento de  $-\sqrt{3} + i$

$$\tan(\theta) = \frac{1}{-\sqrt{3}}, \text{ com } \theta \in 2^{\circ}\text{Q}$$

$$\text{Então, } \tan(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ com } \theta \in 2^{\circ}\text{Q}$$

$$\text{Logo, } \theta = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Portanto, } -\sqrt{3} + i = 2e^{i(\frac{5\pi}{6})}$$

$$w = \frac{-\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}i} = \frac{2e^{i(\frac{5\pi}{6})}}{\sqrt{2}e^{i(\frac{\pi}{2})}} = \sqrt{2}e^{i(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2})} = \sqrt{2}e^{i(\frac{5\pi}{6} - \frac{3\pi}{6})} = \sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{6}} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$$

Assim,

$$w^6 = (\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}})^6 = 8e^{i\frac{6\pi}{3}} = 8e^{i2\pi}$$

Deste modo, vem,

$$z^3 = \left( \frac{-\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}i} \right)^6 \Leftrightarrow z^3 = 8e^{i2\pi} \Leftrightarrow z = \sqrt[3]{8e^{i2\pi}} \Leftrightarrow z = 2e^{i\frac{2\pi+2k\pi}{3}}, k \in \{0; 1; 2\}$$

Atribuindo valores a  $k$ , vem,

$$k = 0 \mapsto z_0 = 2e^{i\frac{2\pi+0}{3}} = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$$k = 1 \mapsto z_1 = 2e^{i\frac{2\pi+2\pi}{3}} = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$$

$$k = 2 \mapsto z_2 = 2e^{i\frac{2\pi+4\pi}{3}} = 2e^{i\frac{6\pi}{3}} = 2e^{i2\pi}$$

A solução que tem afixo pertencente ao terceiro quadrante é

$$z_1 = 2e^{i\frac{4\pi}{3}} = 2 \left[ \cos \left( \frac{4\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{4\pi}{3} \right) \right] = 2 \times \left( -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = -1 - \sqrt{3}i$$

12. Seja  $D$ , a projeção ortogonal do ponto  $C$  sobre  $[AB]$

No triângulo retângulo  $[BCD]$ , tem-se,

$$\cos(2x) = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \cos(2x) = \frac{\overline{BD}}{2} \Leftrightarrow \overline{BD} = 2 \cos(2x)$$

$$\sin(2x) = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \sin(2x) = \frac{\overline{CD}}{2} \Leftrightarrow \overline{CD} = 2 \sin(2x)$$

No triângulo retângulo  $[ACD]$ , tem-se,

$$\tan(x) = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \tan(x) = \frac{2 \sin(2x)}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{2 \sin(2x)}{\tan(x)} \Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{4 \sin(x) \cos(x)}{\frac{\sin(x)}{\cos(x)}} \Leftrightarrow \overline{AD} = 4 \cos^2(x)$$

Deste modo, tem-se que,

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{AD} + \overline{BD} = 4 \cos^2(x) + 2 \cos(2x) = 4 \cos^2(x) + 2 (\cos^2(x) - \sin^2(x)) = \\ &= 4 \cos^2(x) + 2 \cos^2(x) - 2 \sin^2(x) = 4 \cos^2(x) + 2 \cos^2(x) - 2 (1 - \cos^2(x)) = \\ &= 6 \cos^2(x) - 2 + 2 \cos^2(x) = 8 \cos^2(x) - 2 \end{aligned}$$

13. Determinemos as assíntotas verticais

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (5x - 3 \ln(x-1)) = 5 - 3 \ln(0^+) = +\infty$$

Logo, a reta de equação  $x = 1$  é assíntota vertical ao gráfico da função  $g$

Como a função  $g$  é contínua em  $]1; +\infty[$ , conclui-se que não existem mais assíntotas verticais ao gráfico da função  $g$

Determinemos as assíntotas não verticais

A equação da assíntota é da forma  $y = mx + b, m, b \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3 \ln(x-1)}{x} = \underset{(\infty)}{\lim} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{x} - 3 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-1)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5 - 3 \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(y)}{y+1} = \\ &= 5 - 3 \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(y)}{y} \times \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y}{y+1} = 5 - 3 \times 0 \times 1 = 5 \end{aligned}$$

Fez-se a mudança de variável

$$y = x - 1 \Leftrightarrow x = y + 1$$

Se  $x \rightarrow +\infty$ , então,  $y \rightarrow +\infty$

$$\text{Aplicou-se o limite notável } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

Logo,  $m = 5$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 5x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (5x - 3 \ln(x-1) - 5x) = -3 \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x-1) = -\infty$$

Podemos concluir que o gráfico da função  $g$  não admite assíntota oblíqua

14. Domínio de validade

$$D = \{x \in \mathbb{R} : 5 - 2x > 0 \wedge 3 - x > 0\} = \left] -\infty; \frac{5}{2} \right[$$

**Cálculo auxiliares**

$$5 - 2x > 0 \wedge 3 - x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2} \wedge x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$$

Resolução da equação

$$(e^x - 1) \ln(5 - 2x) + e^x \ln(3 - x) = \ln(3 - x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 1) \ln(5 - 2x) + e^x \ln(3 - x) - \ln(3 - x) = 0 \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 1) \ln(5 - 2x) + (e^x - 1) \ln(3 - x) = 0 \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 1) [\ln(5 - 2x) + \ln(3 - x)] = 0 \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 1) \ln[(5 - 2x)(3 - x)] = 0 \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 1) \ln(2x^2 - 11x + 15) = 0 \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 1 = 0 \vee 2x^2 - 11x + 15 = 1) \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (e^x = 1 \vee 2x^2 - 11x + 14 = 0) \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left( x = 0 \vee x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \times 2 \times 14}}{2 \times 2} \right) \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left( x = 0 \vee x = \frac{7}{2} \vee x = 2 \right) \wedge x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

Portanto, C.S. = {0; 2}

15. Sejam  $A(a; f(a))$  e  $B(b; f(b))$ , com  $0 < a < b$ , as coordenadas dos dois pontos do gráfico de  $f$

$$\text{Assim, o declive da reta } AB \text{ é igual a } m_{AB} = \frac{k}{b-a} = \frac{\frac{k}{a} - \frac{k}{b}}{b-a} = \frac{\frac{ka-kb}{ab}}{b-a} = \frac{-k(b-a)}{ab} = -\frac{k}{ab}$$

Por outro lado, seja  $C(c; f(c))$ , com  $c > 0$ , o outro ponto do gráfico

Ora,

$$f'(x) = \left( \frac{k}{x} \right)' = -\frac{k}{x^2}$$

$$\text{Assim, o declive da reta tangente ao gráfico de } f \text{ no ponto de abcissa } c \text{ é, } f'(c) = -\frac{k}{c^2}$$

Como esta reta tangente é paralela à reta  $AB$ , tem-se que,

$$f'(c) = m_{AB} \Leftrightarrow -\frac{k}{c^2} = -\frac{k}{ab} \Leftrightarrow c^2 = ab \Leftrightarrow c = \sqrt{ab}, \text{ visto que } c > 0$$

Assim, as abcissas dos três pontos são:  $a ; b ; \sqrt{ab}$

Ora,  $a < \sqrt{ab} < b$

Com efeito,

$$a < b$$

$$\therefore a^2 < ab$$

$$\therefore a < \sqrt{ab}$$

E também,

$$a < b$$

$$\therefore ab < b^2$$

$$\therefore \sqrt{ab} < b$$

Falta provar que são termos consecutivos de uma progressão geométrica

$$\text{Para isso basta provar que } \frac{b}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$$

Com efeito,

$$\frac{b}{\sqrt{ab}} = \frac{b\sqrt{ab}}{ab} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$$

Portanto,

As abscissas dos três pontos são termos consecutivos de uma progressão geométrica