

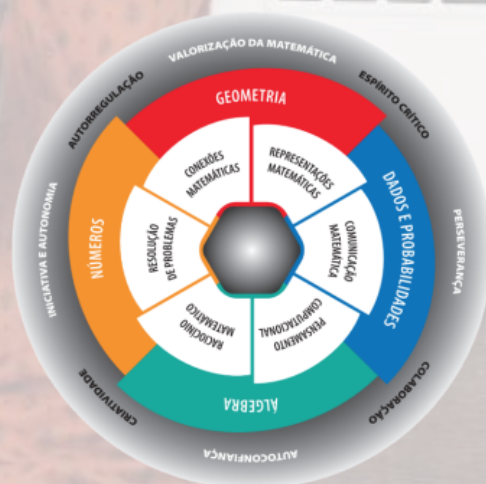
Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas Tema: Dados e Probabilidades

7.º ano de escolaridade

Leonor Santos
Sandra Raposo
António Cardoso
Paulo Correia
Rui Gonçalo Espadeiro

Outubro de 2022



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas - Tema Dados e Probabilidades (7.º ano de escolaridade)

Autores:

Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/>.

Data

Lisboa, outubro de 2022



Os autores agradecem o precioso contributo dos professores Hélia Jacinto, João Almiro e Rosa Ferreira, pela colaboração na revisão do texto.



Índice

[Introdução](#)

[Planificação a longo prazo](#)

[Tema: Dados e Probabilidades](#)

[Questões estatísticas, recolha e organização de dados, representações gráficas, análise de dados, e comunicação e divulgação do estudo](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa - Desenvolver um estudo estatístico](#)

[Probabilidades](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa - Todas as hipóteses](#)



Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática (GTRCAEM) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se inicia, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas de tarefas propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado nas duas turmas de 7.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais perceptível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pelo levantamento dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou adaptações propostas. Respeitando as orientações metodológicas das *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico*, nomeadamente para o 7.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção de que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2021/22, no âmbito das *Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática*, em duas turmas do 7.º ano



de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com os professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que foi feito possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 7.º ano de escolaridade do Ensino Básico.



Planificação a longo prazo

Tema	Tópico	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
NÚMEROS	Números inteiros	10	1.º Período 46
	Números racionais	9	
ÁLGEBRA	Regularidades, sequências e sucessões	8	
GEOMETRIA	Figuras planas	14	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		5	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas e equações	12	2.º Período 48
GEOMETRIA	Figuras no espaço	10	
DADOS e PROBABILIDADES	Questões estatísticas, recolha e organização de dados	5	
	Representações gráficas	5	
	Análise de dados	4	
	Comunicação e divulgação do estudo	7	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		5	
DADOS e PROBABILIDADES	Probabilidades	5	3.º Período 31
ÁLGEBRA	Funções	12	
GEOMETRIA	Operações com figuras	11	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		3	
Total		125	

Nota: Na distribuição dos tempos pelos vários conteúdos foram contempladas aulas para reforço das aprendizagens bem como para o desenvolvimento do trabalho no contexto dos DAC.

Alerta-se para o facto de ter havido uma certa extensão do tempo previsto no primeiro mês de aulas. Tal facto é, em parte, justificado por se estar a trabalhar pela primeira vez um novo programa. Tanto os professores, como um elevado número de alunos de cada turma, teve Covid durante o ano letivo contribuindo, também, para o não cumprimento da planificação geral.





Tema: Dados e Probabilidades

Pretende-se que o estudo dos Dados crie oportunidades para que os alunos continuem a desenvolver uma sólida literacia estatística. Assim, procura-se que os alunos sejam capazes de usar dados para produzir informação para conhecer o que os rodeia, fundamentar decisões e colocar novas questões. Em cada ano devem ser trabalhadas todas as fases de um estudo estatístico, desde a identificação de questões com relevância, até à comunicação do trabalho desenvolvido, podendo este trabalho traduzir-se pelo desenvolvimento de um estudo estatístico ou pela análise de estudos, ou suas componentes, realizadas por outros e divulgados nos media. Devem ainda ser acrescentados elementos de complexidade crescente, ampliando as possibilidades de tratamento e representação dos dados trabalhados, enriquecendo o conjunto de representações gráficas disponíveis para os alunos.

O desenvolvimento do raciocínio probabilístico dá seguimento ao trabalho iniciado nos ciclos anteriores e permite a formalização de duas definições de probabilidade, assentes em vertentes experimentais e teóricas.

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática, 7.º ano, 3.º ciclo do EB* (p. 10). DGE, ME.



Tópicos

Questões estatísticas, recolha e organização de dados

Representações gráficas

Análise de dados

Comunicação e divulgação do estudo



Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
15	Tarefa - Desenvolver um estudo estatístico	<ul style="list-style-type: none"> • Questões estatísticas • Classificação de variáveis • População e amostra • Fontes e métodos de recolha de dados • Agrupamento de dados discretos em classes • Organização de dados • Gráfico de linhas • Gráfico de barras sobrepostas • Análise crítica de gráficos • Resumo de dados • Interpretação e conclusão • Público-alvo e recursos para a divulgação do estudo • Análise crítica da comunicação 				X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Legenda

RP - Resolução de Problemas
 RM - Raciocínio Matemático
 PC - Pensamento Computacional
 Com - Comunicação Matemática
 Re - Representações Matemáticas
 Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
 E - Relacionamento interpessoal
 F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
 I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
 Cri - Criatividade
 Col - Colaboração
 AC - Autoconfiança
 Aut - Autorregulação
 IA - Iniciativa e Autonomia
 Per - Perseverança
 Val - Valorização do papel da Matemática



Tarefa - Desenvolver um estudo estatístico

Notas para o professor:

A exploração da tarefa, nas suas diferentes fases, procura contribuir para o desenvolvimento de todos os objetivos de aprendizagem relativos aos tópicos dos Dados, para além dos seguintes:

- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões);
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Trabalhar com outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Guião do trabalho do professor

No tema Dados e Probabilidades, a parte respeitante aos Dados foi trabalhada de forma distinta dos outros temas matemáticos. Não teve por base tarefas escritas propostas aos alunos, mas assentou em muita discussão oral entre professor/alunos e alunos/alunos, assente no desenvolvimento do projeto que tinham decidido desenvolver. À medida que o trabalho progrediu, foram introduzidos novos conceitos matemáticos para dar resposta a necessidades específicas do desenvolvimento do estudo estatístico. Para além do trabalho desenvolvido na sala de aula, houve momentos extra-aula em que os alunos foram apoiados pelo seu professor. A natureza do trabalho realizado, por se estender ao longo de um período de tempo alargado, contribuiu para o desenvolvimento da perseverança dos alunos.

Questões estatísticas, recolha e organização de dados

Os temas dos trabalhos desenvolvidos procuraram ir ao encontro dos interesses dos alunos, respeitando, deste modo, as atuais orientações curriculares. Numa turma, o trabalho teve por base o tema do projeto da turma e da escola definido para o 7.º ano - “Os media e a arte de (des)informar”, onde os alunos se propuseram estudar a atitude dos alunos da turma em diferentes redes sociais. Na outra turma, os alunos decidiram fazer um estudo sobre o que chamaram “Vida escolar dos alunos”, procurando caracterizar a qualidade do sucesso escolar e os fatores que o influenciam, constituindo um contexto favorável ao desenvolvimento da criatividade dos alunos.



Após a definição dos temas a trabalhar, os grupos apresentaram propostas de questões estatísticas a contemplar, criando condições para o desenvolvimento da autoconfiança dos alunos.

Numa primeira fase, as diferentes questões colocadas pelos alunos foram potenciadoras da discussão coletiva em torno do que é uma questão estatística e sobre o tipo de variáveis (qualitativas e quantitativas). Foram ainda discutidos os conceitos de censo e sondagem na sequência da possibilidade de trabalhar com toda a população do estudo ou apenas com uma amostra.

Numa segunda fase, na sequência de um olhar crítico sobre as primeiras questões propostas pelos grupos, estas foram sujeitas a reformulações e debatidas as propostas de melhoria promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e da autorregulação dos alunos. De entre os diferentes métodos de recolha de dados explorados, os alunos optaram por construir um questionário, valorizando a sua iniciativa e autonomia.

Posteriormente, o questionário foi aplicado à turma, com recurso à aplicação “Formulários do Google”. Os dados recolhidos, organizados numa tabela, foram disponibilizados aos alunos para serem posteriormente tratados.

Os grupos trabalharam diferentes tipos de questões, colaborativamente, contribuindo para um projeto comum à turma, promovendo a sua capacidade de trabalhar com outros. O professor procurou atribuir a cada grupo um subconjunto de questões que permitisse que o trabalho de todos os alunos fosse suficientemente abrangente no que toca ao tratamento de variáveis e à diversidade de representações gráficas, e que contemplasse as diferentes medidas de localização central e de dispersão.

Os alunos construíram tabelas de frequência, mobilizando conhecimentos de anos anteriores, e também procurando apresentar soluções, negociadas com a mediação do professor, para ultrapassar dificuldades inerentes à representação de dados discretos, quando há vantagens de serem agrupados em classes.

Representações gráficas

Após a organização dos dados em tabelas, os alunos sentiram a necessidade de fazer a sua apresentação na forma de gráficos. Desta necessidade, foi possível explorar os vários tipos de gráficos que referiram ser-lhes familiares (pictogramas, gráficos circulares e de barras). Desta exploração, foi possível focar a atenção na adequação de cada representação gráfica ao tipo de dados a trabalhar e despoletar a necessidade de trabalhar também com outros tipos de representações gráficas: gráficos de linhas e gráficos de barras sobrepostas. Foi dada especial atenção aos elementos que devem constar nos gráficos, nomeadamente a fonte, o título e a legenda. Com a análise crítica dos gráficos produzidos, foi possível discutir a sua adequação e, muitas vezes, a utilização de escalas adequadas, constituindo um contexto favorável ao desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

Análise de dados

Após a análise das tabelas e das representações gráficas, foram trabalhadas as medidas de localização central e as de dispersão. Foram mobilizados os conhecimentos dos alunos sobre a moda, a média e a amplitude, e introduzido o conceito de mediana. É de fazer notar que estes alunos já tinham trabalhado o conceito de amplitude, ao contrário do que acontecerá aos alunos que futuramente não o terão abordado no 2.º ciclo. O estudo destas medidas contribuiu significativamente para a análise crítica dos dados recolhidos.

Dos resultados obtidos, numa das turmas, foram destacadas algumas conclusões. Em particular, os alunos referiram, com surpresa, o tempo que passavam à frente dos dispositivos eletrónicos, mesmo em dias de aulas, apontando as diferenças do tempo de utilização por género, bem como o propósito da sua utilização.

Na outra turma, as principais conclusões remeteram para as questões do sucesso escolar dos alunos, tendo a maioria dos grupos de trabalho identificado como fatores relevantes a área de residência (tempo de deslocação



escola-casa) e o meio envolvente, predominantemente rural. Em ambos os casos, a análise de dados promoveu a oportunidade de valorizar o papel da Matemática para o conhecimento de aspetos da vida real.

Comunicação e divulgação do estudo

Os diversos grupos entregaram os trabalhos realizados sobre diversas formas: cartolina, póster digital e mural eletrónico (*padlet*).

Numa das turmas, os alunos apresentaram os seus trabalhos à turma, referindo as principais conclusões a que chegaram a partir da análise dos dados recolhidos. Na outra turma, os trabalhos foram divulgados através de um mural eletrónico, tendo o Conselho de Turma considerado importante divulgar os resultados do estudo em assembleia de Pais e Encarregados de Educação.



Tópico

Probabilidades



Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
1	Tarefa - Todas as hipóteses	<ul style="list-style-type: none"> Probabilidades de acontecimentos compostos 				X	X		X			X	X			

Legenda

RP - Resolução de Problemas
 RM - Raciocínio Matemático
 PC - Pensamento Computacional
 Com - Comunicação Matemática
 Re - Representações Matemáticas
 Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
 E - Relacionamento interpessoal
 F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
 I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
 Cri - Criatividade
 Col - Colaboração
 AC - Autoconfiança
 Aut - Autorregulação
 IA - Iniciativa e Autonomia
 Per - Perseverança
 Val - Valorização do papel da Matemática



Tarefa - Todas as hipóteses

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento constituído por mais de um resultado é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos constituídos pelos resultados que o compõem;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.

Numa primeira fase da aula, o professor dinamizou uma discussão coletiva e, numa segunda fase, os alunos trabalharam a tarefa organizados em pares.

Numa fase inicial da aula, foram mobilizados conceitos e o vocabulário relacionado com probabilidades que poderia já ser familiar aos alunos (neste ano letivo foi pressuposto que os alunos não tinham tido qualquer contacto escolar com o tema em anos anteriores, embora os conceitos e o vocabulário fossem usados na sua experiência pessoal, para além do contexto escolar).

Na primeira fase da aula, o professor tentou que os alunos partilhassem as suas conceções prévias sobre o conceito de probabilidade, valorizando as referências ao acaso. No decorrer da discussão, procurou-se ainda fazer emergir e registar no quadro uma escala de probabilidade (sem quantificação) de um acontecimento: impossível, pouco provável, muito provável, certo.

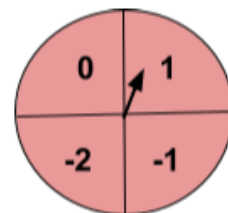
Na segunda fase da aula, com o desenvolvimento da tarefa, o professor procurou que a evolução da escala de probabilidade não quantificada, para a quantificação da probabilidade de um acontecimento fosse conseguida num processo gradual e natural para os alunos. Durante a discussão da tarefa foram ainda clarificados os conceitos de acontecimento e de experiência aleatória, sem se proceder à sua formalização; bem como a exploração da diferença entre acontecimentos simples e acontecimentos compostos.



Todas as hipóteses

1. A Madalena vai rodar o ponteiro (seta) de uma roleta, conforme figura, e anotar o número em que o mesmo se imobiliza. A tabela seguinte indica a probabilidade de ocorrência de cada uma das hipóteses.

Roleta	-2	-1	0	1
Probabilidade	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$



- 1.1. Qual a probabilidade de se obter -1? O que significa?
- 1.2. Diz-se que “dois acontecimentos são equiprováveis quando têm igual probabilidade de se verificarem”.
- Será que sair o número -2 é um acontecimento equiprovável a sair o número 1?
- 1.3. Sair -1 e 1 são acontecimentos equiprováveis. E sair o número -2 é um acontecimento equiprovável a sair o número 2? Explica a tua resposta.
- 1.4. Qual a probabilidade de sair um número negativo ao jogar uma vez nesta roleta? Explica a tua resposta.
- 1.5. Qual a probabilidade de sair um número diferente de zero ao jogar uma vez nesta roleta? Explica a tua resposta.
2. Sobre o lançamento de um dado cúbico, numerado de 1 a 6, apresenta-se uma tabela com a probabilidade de ocorrência de cada uma das suas faces:

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilidade	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

- 2.1. Qual a probabilidade de obter face 3? O que significa?
- 2.2. Qual a probabilidade de sair uma face com um número maior do que 3?
- 2.3. Os acontecimentos “sair uma face com um número par” e “sair uma face com um número ímpar” são equiprováveis? Explica porquê.
- 2.4. Indica um acontecimento que tem probabilidade $\frac{5}{6}$. Explica a tua resposta.

