Rubricas dos professores vigilantes

REPÚBLICA PORTUGUESA

EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

A PREENCHER PELO ALUNO

Nome completo ______________________

Documento de identificação CC n.º |_|_|_|_|_|_|_|_| |_| |_|_|_|

Assinatura do aluno ______________________

A PREENCHER PELA ESCOLA

N.º convencional

N.º convencional

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2023

9.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

A PREENCHER PELO AGRUPAMENTO

N.º confidencial da escola

A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR

Classificação em percentagem |_|_|_| (______________ por cento)

Correspondente ao nível |_| (________) Data: ____/____/____ Código do professor classificador |_|_|_|_|_|

Observações ______________________

A PREENCHER PELA ESCOLA

Classificação alterada em sede de reapreciação conforme despacho em anexo ☐

Classificação alterada em sede de reclamação conforme despacho em anexo ☐

Duração da Prova: 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 16 Páginas

A prova inclui 12 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 6 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 4 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora.

Não é permitido o uso de corretor. Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final da prova. Neste caso, deves identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

As cotações dos itens encontram-se no final da prova.

COTAÇÕES

[redacted] Assinala com **X** a opção que apresenta um número que pode ser representado por uma dízima infinita periódica.

A ☐ $\frac{\sqrt{17}}{5}$ **B** ☐ $\frac{\pi}{2}$ **C** ☒ $\frac{13}{17}$ **D** ☐ $\frac{\sqrt{13}}{11}$

2. Em 2020, os estabelecimentos de alojamento turístico em Portugal registaram, aproximadamente, 30,5 milhões de dormidas.

Em 2023, estima-se que o número de dormidas cresça 60% face a 2020.

Calcula o número de dormidas em 2023, de acordo com a estimativa.

Apresenta o resultado escrito em notação científica.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$1 + 0{,}6 = 1{,}6$

$1{,}6 \times 30{,}5 \times 10^6 = 48{,}8 \times 10^6 = 4{,}88 \times 10^1 \times 10^6$

$= 4{,}88 \times 10^7$

R: $4{,}88 \times 10^7$ dormidas

3. O turismo náutico engloba atividades de lazer e de desporto praticadas no mar, no rio, em barragens ou em marinas.

[redacted] Um grupo de seis amigos escolheu Portugal para fazer este tipo de turismo.

(4) (2)

Quatro dos amigos preferem fazer atividades no mar e os restantes preferem atividades em rios.

Pretende-se selecionar, ao acaso, um dos seis amigos para ser o organizador das atividades náuticas.

Assinala com **X** a opção que apresenta a probabilidade de a pessoa selecionada preferir fazer atividades em rios.

A ☐ $\frac{1}{6}$ **B** ☒ $\frac{1}{3}$ **C** ☐ $\frac{1}{2}$ **D** ☐ $\frac{2}{3}$

P("pessoa selecionada preferir fazer atividades em rios") $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

3.2. Num dia dedicado a atividades náuticas, um grupo de turistas tem à sua escolha:

- quatro atividades em que se utiliza prancha (*surf*, *bodyboard*, *windsurf* e *paddle*);
- duas atividades em que não se utiliza prancha (mergulho e canoagem).

O grupo pode escolher duas dessas atividades, mas estas atividades têm de ser diferentes.

Como os elementos do grupo não chegaram a acordo sobre a escolha das atividades, a seleção das mesmas será feita por sorteio.

Qual é a probabilidade de as duas atividades sorteadas serem realizadas com prancha?

Apresenta o valor pedido na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

P_S: "sortear a atividade de surf"
P_b: "sortear a atividade de bodyboard"
P_w: "sortear a atividade de windsurf"
P_p: "sortear a atividade de paddle"
N_m: "sortear a atividade de mergulho"
N_c: "sortear a atividade de canoagem"

	P_S	P_b	P_w	P_p	N_m	N_c
P_S		$P_S P_b$	$P_S P_w$	$P_S P_p$	$P_S N_m$	$P_S N_c$
P_b			$P_b P_w$	$P_b P_p$	$P_b N_m$	$P_b N_c$
P_w				$P_w P_p$	$P_w N_m$	$P_w N_c$
P_p					$P_p N_m$	$P_p N_c$
N_m						$N_m N_c$
N_c						

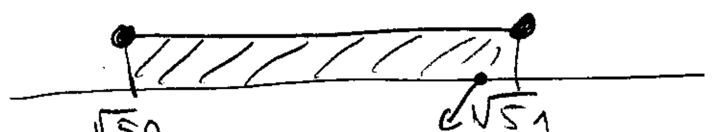
$\#\Omega = 15$

P("as duas atividades sorteadas serem realizadas com prancha") $= \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

R: $\frac{2}{5}$

[redacted] Assinala com **X** a opção que apresenta um número que pertence ao intervalo $[\sqrt{50}, \sqrt{51}]$.

A ☐ 7,060 **B** ☐ 7,070 **C** ☒ 7,140 **D** ☐ 7,150



$\sqrt{50}$ $(\approx 7,071$

7,14 $\sqrt{51}$ $(\approx 7,141)$

Na Figura 1, estão representados o triângulo $[ABC]$ e o retângulo $[DEFG]$.

Fixada uma unidade de medida, sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é isósceles, com $\overline{AB} = \overline{AC}$;
- o triângulo $[AED]$ é isósceles, com $\overline{AE} = \overline{AD}$;
- os pontos F e G pertencem ao lado $[BC]$, o ponto E pertence ao lado $[AB]$ e o ponto D pertence ao lado $[AC]$;
- os pontos M e P são os pontos médios dos segmentos de reta $[BC]$ e $[ED]$, respetivamente;
- $\overline{BC} = 15$ e $\overline{AM} = 12$;
- a área do triângulo $[AED]$ é 10.

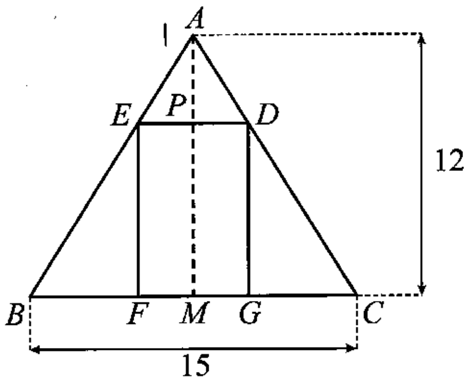
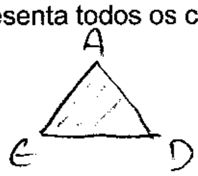


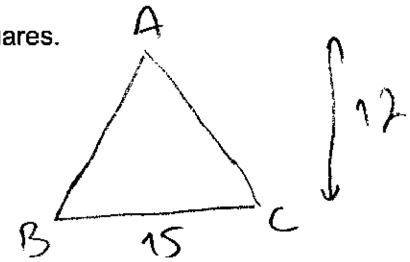
Figura 1

A figura não está desenhada à escala.

Calcula $\overline{EF}$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.





$A_{\Delta[AED]} = 10$

$A_{\Delta[ABC]} = \frac{b \times a}{2} = \frac{15 \times 12}{2} = 90$

Os triângulos são isósceles e os ângulos formados pelos lados iguais é comum posso afirmar que os triângulos são semelhantes pois têm um ângulo igual de um para o outro, e os comprimentos dos lados que os formam são diretamente proporcionais.

Logo

$\frac{A_{\Delta[ABC]}}{A_{\Delta[AED]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{90}{10} = r^2 = 9 = r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{9} \vee r = -\sqrt{9}$

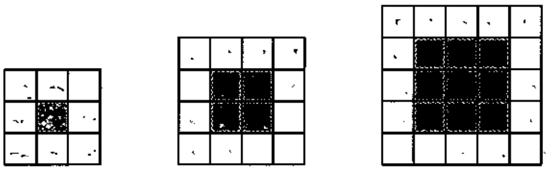
$\Leftrightarrow r = 3 \vee r = -3 \longrightarrow \boxed{r = 3}$

Então $\frac{h_{\Delta[ABC]}}{h_{\Delta[AED]}} = r \Leftrightarrow \frac{12}{h_{\Delta[AED]}} = 3 \Leftrightarrow h_{\Delta[AED]} = \frac{12}{3} = 4$

$\overline{EF} = \overline{PM} = \overline{AM} - \overline{AP} = 12 - 4 = 8$

R. $\overline{EF} = 8$

Na Figura 2, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por quadrados geometricamente iguais.



1.º termo 2.º termo 3.º termo

Figura 2

Sabe-se que:

- o número de quadrados cinzentos do termo de ordem n é n^2;
- cada termo da sequência, com exceção do primeiro, tem mais quatro quadrados brancos do que o termo anterior.

Quantos quadrados brancos tem o termo desta sequência que tem um total de 529 quadrados?

Mostra como chegaste à tua resposta.

nº de quadrados cinzentos: n^2

nº de quadrados brancos $8, 12, 16, \ldots$

$b_1 = 8 = 4\times1+4$

$b_2 = 12 = 4\times2+4$

$b_3 = 16 = 4\times3+4$

$b_n = 4\times n+4 = 4n+4$

termo geral do total de quadrados: n^2+4n+4

$n^2+4n+4 = 529 \Leftrightarrow n^2+4n+4-529=0$ $a=1, b=4, c=-525$

$\Leftrightarrow n^2+4n-525=0 \Rightarrow n = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-4\times1\times(-525)}}{2\times1}$

$\Leftrightarrow n = \frac{-4\pm\sqrt{2116}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{-4+46}{2} \vee n = \frac{-4-46}{2}$

$\Leftrightarrow n = 21 \vee n = -25$ C.S. $= \{-25, 21\}$

O 21º termo tem um total de 529 quadrados

O 21º termo tem $4\times21+4 = 88$ quadrados brancos

R: Tem 88 quadrados brancos

A equação $x^2-4x+c=0$, com $c\in\mathbb{R}$, tem duas soluções reais distintas.

Assinala com **X** a opção que apresenta um valor possível para c.

A ☒ 3 **B** ☐ 4 **C** ☐ 5 **D** ☐ 6

$a=1, b=-4, c=c$

$\Delta>0 \Leftrightarrow (-4)^2-4\times1\times c>0 \Leftrightarrow 16-4c>0 \Leftrightarrow -4c>-16$

$\Leftrightarrow 4c<16 \Leftrightarrow c<\frac{16}{4} \Leftrightarrow c<4$ $c\in\,]-\infty, 4[$

$3 \in\,]-\infty, 4[$

A Figura 3 é uma fotografia da «Casa invertida», situada na ilha de S. Miguel, nos Açores.

Na Figura 4, está representado um modelo geométrico dessa casa. Este modelo representa um sólido que pode ser decomposto no prisma triangular $[ABCDEF]$ e no paralelepípedo reto $[BCEFGHIJ]$.

Figura 3

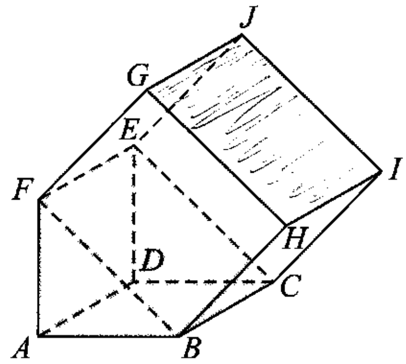


Figura 4

Relativamente ao sólido representado no modelo, sabe-se que:

- a área do retângulo $[GHIJ]$ é $25{,}8\ \text{m}^2$; → base do paralelepípedo
- $\overline{BH} = 4\ \text{m}$; → altura do paralelepípedo
- o volume total do sólido é $134{,}1\ \text{m}^3$.

O modelo não está desenhado à escala.

Calcula o volume do prisma triangular $[ABCDEF]$.

Apresenta o resultado em metros cúbicos.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$V_{total} = 134{,}1 \Leftrightarrow V_{\text{prisma triangular}} + V_{\text{paralelepípedo reto}} = 134{,}1$

$\Leftrightarrow V_{\text{prisma triangular}} + \text{área} \times h = 134{,}1$

$\Leftrightarrow V_{\text{prisma triangular}} + 25{,}8 \times 4 = 134{,}1$

$\Leftrightarrow V_{\text{prisma triangular}} + 103{,}2 = 134{,}1$

$\Leftrightarrow V_{\text{prisma triangular}} = 134{,}1 - 103{,}2$

$\Leftrightarrow V_{\text{prisma triangular}} = 30{,}9\ \text{m}^3$

R: O prisma triangular tem $30{,}9\ \text{m}^3$

[redacted] Na Figura 5, está representada, num referencial cartesiano, parte do gráfico de uma função afim, f, que contém os pontos de coordenadas $(-1,-2)$ e $(0,2)$.

Assinala com **X** a opção que apresenta uma expressão que define a função f.

$a = \frac{2-(-2)}{0-(-1)} = \frac{2+2}{0+1} = \frac{4}{1} = 4$

$b = 2$

$y = 4x + 2$

A ☐ $f(x) = 6x + 4$

B ☐ $f(x) = -6x + 4$

C ☐ $f(x) = -4x + 2$

D ☒ $f(x) = 4x + 2$

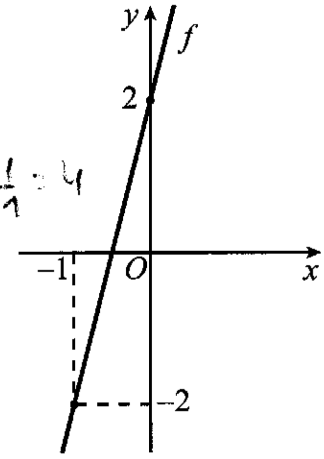


Figura 5

10. Na Figura 6, está representada uma circunferência de centro O e o triângulo $[ABC]$.

Os pontos A, B e C pertencem à circunferência, e o ponto D é exterior à circunferência e pertence à semirreta $\dot{A}C$.

A amplitude do ângulo BCD é 100°.

A figura não está desenhada à escala.

Calcula a amplitude, em graus, do arco BCA.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

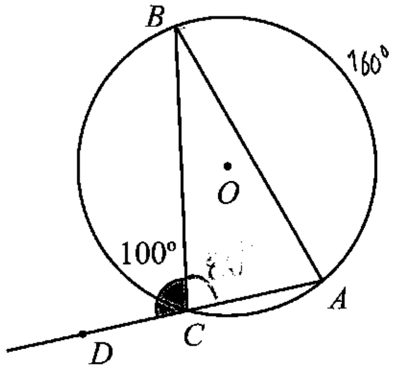


Figura 6

$B\hat{C}A = 180 - 100 = 80^\circ$

$\overset{\frown}{AB} = 2 \times 80 = 160^\circ$

$\overset{\frown}{BCA} = 360 - 160 = 200^\circ$

$\overset{\frown}{BCA} = 200^\circ$

11. Na Figura 7, está representado um modelo de uma tenda de campismo, montada numa superfície plana, com os cabos de suporte que a fixam a essa superfície.

No modelo, o prisma triangular reto $[ABCDEF]$ representa a tenda, o triângulo $[ABC]$ representa a entrada da tenda, o segmento de reta $[CP]$ representa um dos cabos de suporte, e o ponto P representa o local da superfície onde a estaca fixa esse cabo.

Relativamente ao modelo, sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é isósceles e $\overline{AC} = \overline{BC}$;
- M é o ponto médio de $[AB]$ e P pertence à reta AB ;
- $\overline{AB} = 2{,}2$ m e $\overline{CM} = 1{,}8$ m ;
- $C\hat{P}M = 42°$.

O modelo não está desenhado à escala.

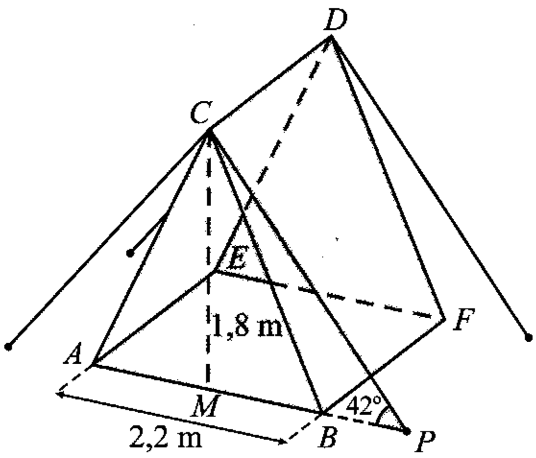


Figura 7

11.1. Calcula $\overline{BC}$, utilizando o teorema de Pitágoras.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

C [ABC] é isósceles logo a mediana [CM] coincide com a altura do triângulo sendo assim o Δ[BCM] é retângulo em M. Utilizando o teorema de Pitágoras

$\overline{BC}^2 = 1{,}8^2 + 1{,}1^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 4{,}45 \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{4{,}45} \vee \overline{BC} = -\sqrt{4{,}45}$

$\overline{BC} > 0 \rightarrow \overline{BC} = \sqrt{4{,}45} \approx 2$ m (às unidades)

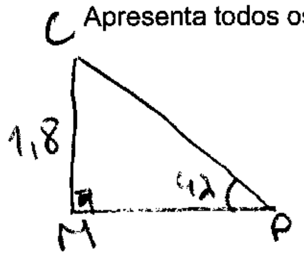
R. $\overline{BC} \approx 2$ m (às unidades)

11.2. Calcula a distância entre os pontos P e B.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas.

Se, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, pelo menos, quatro casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.



$tg42 = \frac{1,8}{\overline{MP}} \Leftrightarrow \overline{MP} = \frac{1,8}{tg42}$

$\Leftrightarrow \overline{MP} \approx 1,9991$ m (4 c.d.)

$\overline{PB} = \overline{PM} - \overline{MP} \approx 1,9991 - 1,1 \approx 0,8991 \approx 0,9$ m (1 c.d)

R: $\overline{PB} \approx 0,9$ m (1 c.d.)

12. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{3(1-x)}{4} \geq \frac{x}{3} + 1$$

Apresenta o conjunto solução na forma de um intervalo de números reais.

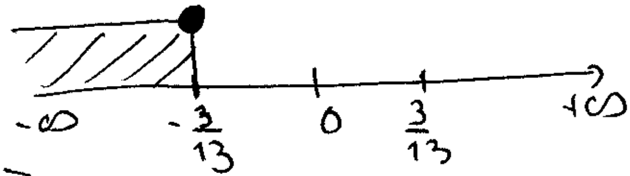
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$\frac{3(1-x)}{4} \geq \frac{x}{3} + 1 \Leftrightarrow \underset{(\times 3)}{\frac{3-3x}{4}} \geq \underset{(\times 4)}{\frac{x}{3}} + \underset{(\times 12)}{\frac{1}{1}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{9-9x}{12} \geq \frac{4x}{12} + \frac{12}{12} \Leftrightarrow 9 - 9x \geq 4x + 12$

$\Leftrightarrow -9x - 4x \geq 12 - 9 \Leftrightarrow -13x \geq 3 \Leftrightarrow 13x \leq -3$

$\Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{13}$



$C.S = \left]-\infty, -\frac{3}{13}\right]$

[redacted] A ilha da Berlenga, localizada a oeste do Cabo Carvoeiro, em Peniche, é o destino de muitas viagens turísticas de barco.

Um grupo de turistas realizou uma dessas viagens, com a duração de 4 horas, com as seguintes etapas:

- partida de Peniche, situada a $9{,}2$ km da ilha da Berlenga;
- viagem de ida, no barco, até à ilha da Berlenga;
- visita pedestre à ilha da Berlenga, enquanto o barco fica parado no cais;
- viagem de regresso, no barco, até ao local de partida.

Considera a função f, que traduz a correspondência entre o tempo, t, em horas, decorrido desde o início da viagem de barco e a distância, d, em quilómetros, a que o barco se encontra do local de partida.

Na Figura 8, estão representados os gráficos A e B.

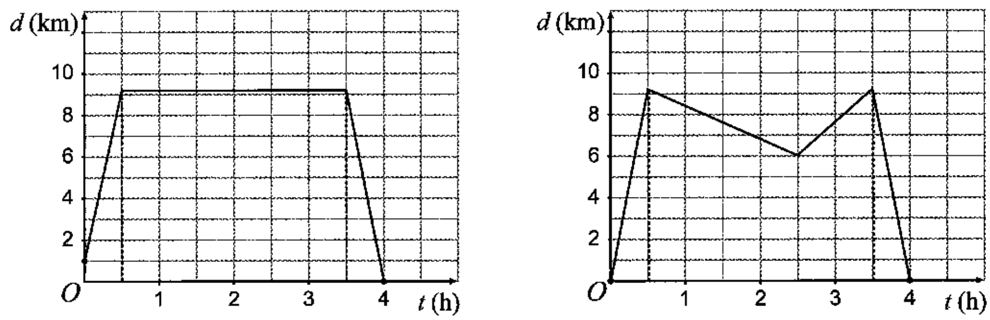


Gráfico A

Gráfico B

Figura 8

Nem o gráfico A nem o gráfico B representam a função f.

Apresenta uma razão que te permita garantir que o gráfico A não representa a função f e outra razão que te permita garantir que o gráfico B também não representa a função f.

gráfico A.
O barco se encontra no local de partida em Peniche e o gráfico A dá a entender que o barco parte a 1 Km de Peniche.
gráfico B
O barco quando chega à ilha da Berlenga fica parado no cais e o gráfico B dá entender que ele aproxima-se de Peniche e depois volta para o cais da ilha da Berlenga.

14. Na Figura 9, estão representadas, em referencial cartesiano, parte do gráfico de uma função quadrática, f, e parte do gráfico de uma função de proporcionalidade inversa, g.

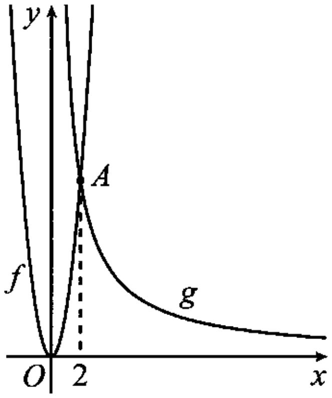


Figura 9

Sabe-se que:

- a função f é definida por $f(x)=3x^2$;
- a função g é definida por uma expressão da forma $g(x)=\frac{a}{x}$, com $a>0$ e $x>0$;
- os gráficos das funções f e g intersectam-se no ponto A, de abcissa 2 .

Qual é o valor de a?

Mostra como chegaste à tua resposta.

$f(2)=3\times 2^2=3\times 4=12$

$A(2,12)$

$y=\frac{a}{x}$ $(2,12)$

$12=\frac{a}{2}$

$\Leftrightarrow 12\times 2=a$

$\Leftrightarrow 24=a$

R.: $a=24$

15. Na tabela seguinte, apresenta-se o número aproximado, em milhares, de chegadas a Portugal de alguns turistas, no ano de 2021, tendo em conta o seu país de residência.

Na tabela, está representado por k o número aproximado de turistas, em milhares, residentes na Bélgica que chegaram a Portugal nesse ano.

País de residência	**Número de chegadas (milhares)**
Alemanha	770
Bélgica	k
Espanha	2900
França	1500
Itália	262
Reino Unido	1000

Tabela construída com base em: *Estatísticas do Turismo 2021* (Edição 2022), INE (consultado em outubro de 2022). (Adaptado)

Sabe-se que a média dos valores registados na tabela, incluindo o valor representado por k, é 1122 milhares de chegadas.

Calcula o valor de k.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$\bar{x} = 1122 \Leftrightarrow \frac{770+K+2900+1500+262+1000}{6} = 1122$

$\Leftrightarrow \frac{6432+K}{6} = 1122 \Leftrightarrow 6432+K = 1122 \times 6$

$\Leftrightarrow 6432+K = 6732 \Leftrightarrow K = 6732 - 6432$

$\Leftrightarrow K = 300$ milhares

R: $K = 300$ milhares

92.16. Na tabela, apresentam-se os dados referentes ao número aproximado, em milhões, de dormidas de turistas estrangeiros em estabelecimentos de alojamento turístico, em cinco regiões de Portugal Continental, em 2020 e em 2021.

0,5 − 0,3 = 0,2
5,6 − 4,1 = 1,5
5,1 − 3,3 = $\boxed{1,8}$
1,1 − 0,7 = 0,4
2,5 − 1,6 = 0,9

Regiões (Portugal Continental)	Número de dormidas (milhões)	
	2020	**2021**
Alentejo	0,3	0,5
Algarve	4,1	5,6
Área Metropolitana de Lisboa (AML)	3,3	5,1
Centro	0,7	1,4
Norte	1,6	2,5

Tabela construída com base em dados do portal travelBI, by Turismo de Portugal, 2020 e 2021 (consultado em outubro de 2022). (Adaptado)

Para cada uma das frases, **(1)**, **(2)** e **(3)**, assinala com **X** a região de Portugal Continental que lhe corresponde.

		Alentejo	**Algarve**	**AML**	**Centro**	**Norte**
(1)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais elevado.			$\boxed{X}$		
(2)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais baixo.	X				
(3)	Região onde o número de dormidas, de 2020 para 2021, aumentou 100%.				X	

$\frac{0,5}{0,3} \simeq 1,667$ (3 c.d.) ⟶ Alentejo

$\frac{5,6}{4,1} \simeq 1,366$ (3 c.d.) ⟶ Algarve

$\frac{5,1}{3,3} \simeq 1,545$ (3 c.d.) ⟶ AML

$\frac{1,4}{0,7} = 2$ ⟶ Centro

⟶ Norte

$\frac{2,5}{1,6} = 1,5625$